Universidade do Estado do Pará
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

José Augusto Freitas de Menezes

O Ensino da Função Exponencial por meio de atividades

Belém

2018

José Augusto Freitas de Menezes

O ensino da Função Exponencial por meio de atividade

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no nível Médio.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Belém

2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Menezes, José Augusto Freitas de
O ensino da função exponencial por meio de atividades / José Augusto Freitas de Menezes; Orientação de Pedro Franco de Sá, 2018

Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

1. Funções (Matemática) 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Ensino de matemática por atividades. I. Sá, Pedro Franco de (orient.). II. Título.

CDD. 23º ed. 510.7

José Augusto Freitas de Menezes

O Ensino de Funções Exponenciais por meio de Atividades

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no nível Médio.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Data da avaliação:

Banca Examinadora

______________________________________- Orientador

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Universidade do Estado do Pará

______________________________________ - Membro externo

Prof. Dr. José Antônio Oliveira Aquino

Doutorado em Modelagem Computacional pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Professor Adjunto da Universidade Federal do Oeste do Pará, Brasil

______________________________________ - Membro Interno

Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira

Doutorado pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil (1987)

Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Brasil.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus Pai, Deus filho e Deus Espírito Santo, por está comigo em todos os momentos difíceis dando-me condições para superar os obstáculos da vida, ao meu Senhor toda honra e toda glória, Amém!!!

Aos meus pais, Josias Barbosa de Menezes e Cícera Freitas de Menezes (*In memorian*) e aos meus irmãos, José Rito Freitas de Menezes, José Raimundo Freitas de Menezes e José Ricardo Freitas Rosa e Maria de Nazaré Freitas Rosa (*In memorian*), que me ajudaram e me incentivaram nesta minha carreira.

À minha esposa Hellen das Graças Oliveireira de Menezes, pelo amor dedicação e paciência que sempre teve comigo, crescemos juntos, unidos e chegamos na reta final deste percurso. Aos meus filhos, Thiago Oliveira de Menezes e Ana Lídia Oliveira de Menezes que com os seus sorrisos me enchiam de força e coragem para continuar acreditando.

Aos meus sogros Huberth Nazareno e Maria das Graças que sempre me ajudaram e estiveram ao meu lado dando apoio nas minhas necessidades. Aos meus cunhados e cunhada por lutarem comigo, aos meus sobrinhos e sobrinhas em especial Yanka Ingridi que teve uma participação especial no início deste percurso.

Ao meu primo Elielson Ribeiro de Sales que me ajudou e incentivou para chega até aqui a quem sou grato por toda ajuda que me prestou.

Ao meu orientador, Prof. Doutor Pedro Franco de Sá, pela sua dedicação, paciência e amor ao seu trabalho, dando-me oportunidade de crescer e aprender compartilhando momentos de crescimento acadêmico e profissional.

Aos professores doutores José Antônio Oliveira Aquino e Ducival Carvalho Pereira, pelas contribuições valiosas a essa pesquisa

Ao meu pastor José Cláudio e esposa Waldenice que me apoiaram e estiveram ao meu lado nos momentos em que precisei, grato à Deus pelas suas vidas e suas orações, a toda a Igreja, meus irmãos, que sempre oraram por mim.

Aos meus colegas de turma, em especial Ideny, Anderson, Cleyton e Leonardo que me ajudaram quando precisei e a minha amiga de profissão Prof. Ms. Elise Pires.

À universidade do Estado do Pará, em especial ao programa de Pós-graduação, à escola alunos e professores que colaboraram ao desenvolvimento dessa pesquisa.

RESUMO

MENEZES, José Augusto Freitas de, **O Ensino de Função Exponencial por meio de Atividades**. 2017. 246f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

Este trabaho apresenta os resultados de uma pesquisa baseada na Engenharia Didática (Artigue 1996) como metodologia de pesquisa e teve como objetivo analisar as potencialidades de uma sequência didática ao Ensino de Função Exponencial na educação básica por meio da ensino da matemática por atividades (Sá, 2009). Essa pesquisa se desenvolveu em quatro fases. As análises prévias, primeira fase, foi composta por uma revisão de estudos; um breve levantamento histórico; consulta a discentes belenenses e a docentes paraenses sobre o processo de ensino aprendizagem da função exponencial, sendo que revelaram, dentre outras informações, que os alunos consideraram “regulares” os conhecimentos acera de potenciação e problemas exponenciais bem como as funções exponenciais, ainda assim, obtiveram nota inferior a 1 numa escala de 0 a 10, indicando uma deficiência nos conhecimentos de base como propriedades da potências e funções exponenciais. A segunda etapa, concepção e análise a priori, teve como base as análises prévias e como resultado a proposta de uma sequência didática constituída de 5 atividades para abordar sobre o assunto funções exponenciais, 2 testes (pré-teste e pós-teste) e 12 atividades de aprofundamento. A terceira fase da pesquisa, a experimentação, teve a finalidade de aplicar a sequência didática elaborada e aconteceu em uma Escola Estadual do município de Belém do Pará, com 40 alunos do 1° ano do Ensino Médio, onde tivemos como um dos resultados a melhora dos desempenho dos alunos em relação a aprendizagem da função exponencial. A quarta fase da pesquisa, a análise a posteriori e validação, com o objetivo de analisar as informações geradas na experimentação, assim como comparar os resultados com as análises a priori, verificamos que a sequência didática teve validação positiva já que a maioria das atividades foram consideradas válidas e que houve um avanço de 55% em relação aos testes realizados.

Palavras-chave: Função Exponencial. Ensino por Atividades. Ensino da função Exponencial. Educação Matemática

ABSTRACT

MENEZES, José Augusto Freitas de, **The Teaching of Exponential Function through Activities**. 2017. 246f. Dissertação (Professional Masters in Mathematics Teaching) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

This work presents the results of a research based on Didactic Engineering (Artigue 1996) as a research methodology and had as objective to analyze the potentialities of a didactic sequence to the Teaching of Exponential Function in basic education through the teaching of mathematics by activities (Sá, 2009). This research was developed in four phases. The preliminary analyzes, first phase, was composed by a review of studies; a brief historical survey; in order to consult the students of Belenenses and the teachers of Pará on the teaching process of the exponential function, and revealed, among other information, that the students considered "regular" the knowledge of potentiation and exponential problems as well as the exponential functions, obtained a score of less than 1 on a scale of 0 to 10, indicating a deficiency in basic knowledge as properties of exponential powers and functions. The second stage, a priori conception and analysis, was based on previous analyzes and as a result the proposal of a sequence didactic program consisting of 5 activities to address exponential functions on the subject, 2 tests (pre-test and post-test) and 12 deepening activities. The third phase of the research, the experimentation, had the purpose of applying the didactic sequence elaborated and happened in a State School of the municipality of Belém do Pará, with 40 students of the 1st year of High School, where we had as one of the results the improvement performance of students in relation to exponential function learning. The fourth phase of the research, the a posteriori analysis and validation, with the objective of analyzing the information generated in the experiment, as well as comparing the results with the a priori analyzes, we verified that the didactic sequence had positive validation since the majority of the activities were considered valid and that there was an increase of 55% in relation to the tests performed.

Keywords: Exponential Function. Teaching by Activities. Teaching the Exponential function. Mathematics Education

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE TABELAS

Sumário

1. INTRODUÇÃO

O ensino da matemática tem sido uma área do conhecimento bastante discutida entre os estudiosos desta área, sobretudo entre os profissionais docentes e também entre os discentes que trabalham com essa ferramenta tanto nas escolas quanto nos locais de empregos. Esta pesquisa partiu da tentativa de compreender como se desenvolveu a formação matemática nas escolas e como ela vem sendo tratada de forma relevante a sua compreensão. Dessa forma nossa pesquisa tem como núcleo central o Ensino da Função Exponencial e sua importância na formação do cidadão. O que nos excita para a pesquisa é procurar uma metodologia alternativa de interação que nos forneça respostas de como contemplar a maioria dos aspectos exigidos nos documentos oficiais que serão discutidos ao longo do texto, sem deixar de lado a importância do conteúdo específico de função. Em Sá (2009) no ensino tradicional a aprendizagem acontece através da transmissão do conhecimento de uma pessoa para outra. É essa pressuposição que estrutura a metodologia de ensino na sala de aula.

Para isto consideraremos que o ensino de matemática deve ser visto não só de forma tradicional, mas também deve ter um olhar de forma construtivista. De acordo com Sá (2009, p.10):

> [...] metodologia de ensino baseadas no construtivismo, em contraste ao ensino tradicional, não pressupõe que a aprendizagem ocorre através de uma transferência de conhecimento, mas através de um processo de construção do conhecimento pelo próprio aprendiz.

Diante de tal reflexão percebemos que necessitamos investir mais na maneira de como ensinar matemática, buscando uma metodologia de ensino e aprendizagem que motive os nossos alunos a construir o seu conhecimento tendo o professor como autoridade cognitiva e o centro da atenção.

Em relação ao processo ensino aprendizagem da Matemática, Sá (2009, p.11) apontou que as condições de aprendizagem do ensino tradicional, embora seja predicada com o propósito de facilitar a transferência de conhecimento, tendem a prender a atenção do aluno de modo que fique envolvido no processo ensino-aprendizagem, porém menos eficiente do que as práticas construtivistas, concluindo que o ensino tradicional é apenas marginalmente consoante com a natureza da aprendizagem. Neste sentido entendemos que a metodologia baseada no construtivismo, ou seja, o ensino por atividades, é importante que o professor receba treinamento para esta metodologia de ensino, especialmente as que são elaboradas por uma sequência didática para a formação do conceito a ser aprendido.

Diante desse quadro e da observação de nossas práticas docentes, verificamos que os discentes não conseguem obter uma visão bem definida dos conceitos básicos de função exponencial, entre eles destacamos, a identificação de um problema exponencial que recai numa equação exponencial, a interpretação de um fenômeno natural que envolve uma função exponencial e suas propriedades, como também a interpretação dos gráficos quanto ao crescimento e decrescimento da função exponencial, portanto procuramos buscar uma forma de estudos relacionados ao ensino da função exponencial e seus componentes para encontrar um meio metodológico de ensino que possibilite momentos de aprendizagens mais adequados aos alunos. Nesse sentido surgiu o seguinte questionamento:

Que efeitos o desenvolvimento de uma sequencia didática, diferente da tradicional, para o ensino de função exponencial, em uma turma do 1º ano regular do ensino médio de uma Escola Pública da rede estadual de Ensino do Estado do Pará provoca sobre a participação em aulas de matemática e no desempenho da resolução de questões envolvendo função exponencial?**.** Desse modo, no primeiro momento será relevante saber “ Como os docentes e discentes interagem no ensino de função exponencial na educação básica ?, “Quais são as abordagens metodológicas mais frequentes utilizadas no ensino de função exponencial ?” e “O que temos como alternativa de ensino de forma positiva à comunidade no que concerne a meios didáticos e metodológicos do ensino de função exponencial na educação básica ?”. Pretendemos assim, por em prática e analisar uma sequência didática que atenda a necessidade de abordagem dos conteúdos elementares da função exponencial, tais como, o conceito de função exponencial através de problemas, a intepretação de fenômenos como uma exponencial, a interpretação dos gráficos e suas análises e as equações exponenciais, tendo como sujeitos desta pesquisa discentes do 1° ano do nível médio, pois é nessa série em que é abordado tal conteúdo matemático, conforme livros didáticos, conteúdos programáticos de Faculdades e Universidades regionais e os desenhos curriculares das Escolas de Ensino Médio.

Assim sendo, nossa proposta de pesquisa tem como objetivo avaliar os efeitos da aplicação de uma sequencia didática, diferente da tradicional, para o ensino de função exponencial tem sobre a participação dos alunos de uma escola publica do ensino médio regular do Pará nas aulas de matemática e sobre o desempenho da resolução de questões envolvendo função exponencial, de acordo com tratamento estatístico dos resultados do pré-teste e no desempenho dos sujeitos durante desenvolvimento da sequência didática elaborada. Para desenvolvimento dessa pesquisa, optamos pela experimentação com a utilização da Engenharia Didática como metodologia de investigação, de acordo com Artigue (1996), e âmbito local de Sá e Silva (2014).

De acordo com esses autores, essa metodologia de pesquisa, no que concerne o campo da Educação Matemática, ou ainda, no campo da Didática da Matemática, é comparada a pesquisa experimental, pois ocorrem análises preliminares e experimentações que oportunam comparação e validação de hipóteses levantadas no processo da investigação. Optamos por essa pesquisa por acreditarmos que com ela há uma possibilidade maior de proporcionar o retorno prático da pesquisa à comunidade, esperamos que, ao final dela, possamos oferecer uma metodologia de ensino ao professor, com observações que podem ser úteis à prática do mesmo. Essa pesquisa, de acordo com a Engenharia Didática, é composta de 4 fases:

1. Análises Prévias (ou análises preliminares);

2. Concepção e análise a priori;

3. Experimentação;

4. Análise a posteriori e avaliação (ou validação).

A etapa de análises prévias é constituída de um conjunto de observações que o pesquisador precisa fazer para ter condições de construir atividades pautadas no conhecimento acerca do seu objeto de investigação. Para que isso aconteça, Artigue (1996) sugeriu uma análise epistemológica, análise do ensino habitual, das concepções discentes e docente acerca do objeto matemático estudado. Conforme Almouloud (2010, p.179):

> Um dos objetivos das análises prévias é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado a(s) questão(ões), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa.

Para contemplar essa etapa da pesquisa, trataremos dos aspectos históricos sobre a Função Exponencial, da revisão de estudos acadêmicos acerca do ensino da Função Exponencial, das consultas aos discentes sobre o processo de ensino e aprendizagem da Função Exponencial. Os aspectos históricos serão retratados por meio de revisões literárias apoiados em Silva (2014), para abordar pontos sobre o desenvolvimento da Função Exponencial que auxilie na compreensão da evolução dessa área de conhecimento matemático. Para a revisão de estudos acadêmicos, que aconteceu por meio de revisões de estudos em trabalho de artigos dissertações, publicados entre 2008 a 2014, pretendemos obter um panorama das pesquisas acerca do ensino da Função Exponencial na Educação Básica em busca de referências para a concepção da sequência didática pretendida. Utilizaremos como fontes de busca as bibliotecas digitais de várias Universidades Brasileiras, tais como, UFRG, UEPA, PUC, dentre outras.

A consulta aos discentes aconteceu com alunos do 2° aluno do ensino médio, uma vez que esses alunos estudaram função exponencial no 1° ano do Ensino Médio, com a finalidade de verificar a visão deles sobre o ensino da área de conhecimento matemático em investigação, ao verificar os aspectos metodológicos e as possíveis dificuldades acerca do ensino da Função Exponencial na Educação Básica. Para esse momento, preferimos o modelo de questionário como meio de produção de informações à pesquisa.

Com base nos resultados dessa primeira etapa, partiremos para a fase seguinte da Engenharia Didática. A Concepção e análise a priori é a etapa destinada a elaboração das atividades que constituirão a sequência de ensino para a construção e desenvolvimento da sequência didática.

2. ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta seção temos o objetivo de apresentar os aspectos históricos, aspectos matemáticos sobre a função exponencial, uma revisão de estudos sobre o processo de ensino de função exponencial, resultados de uma pesquisa de campo sobre as experiências no processo de ensino e aprendizagem da função exponencial com os alunos. Estes elementos constituem a primeira fase de nossa pesquisa, como prevê a Engenharia Didática.

2.1. ASPECTOS HISTÓRICOS SOBRE A FUNÇÃO EXPONENCIAL

Uma análise de estudo sobre o levantamento histórico das funções exponenciais procurando a maior quantidade de informações com o intuito de contribuir para a nossa pesquisa, para que possa melhor nos fornecer informações sobre o tema a fim de nos auxiliar na produção e na aplicação das atividades, além de promover uma melhor compreensão sobre o objeto de estudo.

Silva (apud Braga, 2006, p.18) o termo função foi visto pela primeira vez em 1694, introduzido pelo filósofo alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) nos seus escritos que teve a idéia de função com significado puramente geométrico, quando se utilizava do termo “função” numa inclinação de uma curva ou um ponto específico da mesma, relacionadas a uma curva. No século XVII, Leonhard Euler (1707 – 1783) utilizou uma expressão que descrevia uma relação, ou seja, $y = f(x)$.

Problemas com juros compostos já eram encontrados nas tábulas datadas aproximadamente de 1700 a.C.. Algumas delas se encontram nas coleções de Berlim, de Yale, do Louvre e em Istambul. Com essas tábulas podem-se resolver equações exponenciais do tipo $\boldsymbol{a^x = b}$**.** Ribeiro (2010,p.186)

Por terem uma forma de escrita registrada em tabelas de argila, os Babilônios, aparecem como um dos primeiros povos a iniciar a ideia de função exponencial.

Segundo Silva (apud Braga 2006, p.18) O povo babilônico utilizavam um sistema sexagesimal, de base 60, sem o conhecimento de sua origem. Há registros em tabelas de argilas que constam potências sucessivas de um número qualquer, estas anotações apresentavam uma semelhança muito grande com o nossa tabela logarítmica

O matemático suíço Leonhard Euller (1707-1783) com seus os estudos sobre o cálculo infinitesimal publicou duas obras: “Introductio in Analysin Infinitorum” e “Institutiones Calculo Differentiales”, respectivamente em 1748 e 1755. Sobre essas obras, Euler apresenta a exponencial de um imaginário puro, promovendo o desenvolvimento e consolidação das Funções Exponenciais. Assumindo uma importância que perdura até os dias atuais. Assim se estabeleceu a Função Exponencial como ferramenta de cálculo e modelo interpretativo de situações cotidianas. (SILVA, 2014, p. 26).

Leonhard Paul Euler nasceu no dia 15 de Abril de 1707, em Basiléia, na Suíça, filho do Pastor Calvinista Paul Euler e Margaret Brucker, filha de um pastor. Depois do nascimento de Leonhard Euler, sua família mudou-se da cidade de Basiléia para a cidade de Riehen, onde viveu a maior parte de sua infância. Paul Euler era amigo da família Bernoulli, Johann Bernoulli, e vieram a ser a influência mais importante da vida de Euler.

Na matemática, o número de Euler ($\boldsymbol{e}$), denominado em homenagem ao matemática Suíço Leonhard Euler, é a base dos logaritmos naturais, que também podemos chamar de número neperiano ou número exponencial. A primeira referência sobre a constante foi publicada em 1618 na tabela de um apêndice de um trabalho sobre logaritmos de John Napier. A primeira indicação da constante foi descoberta por Jacob Bernoulli, quando tentava encontrar um valor para a seguinte expressão (muito comum no cálculo de juros compostos):

$\boldsymbol{k.e^r = \lim_{n \to \infty} \left[k.\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n\right]}$, para $r = k = 1$, temos:

$\boldsymbol{e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n,}$ onde esse valor se aproxima de $\boldsymbol{e = 2{,}718281828459045235360287}$ ... .

(https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_de_Euler

Em Iezzi (et al, 2010,p.139) encontramos uma forma de chegarmos ao número irracional $\boldsymbol{e}$. Para introduzi-lo, vamos considerar a expressão $(1 + x)^{\frac{1}{x}}$, definida em $\boldsymbol{R}^*$, e estudar os valores que ela assume quando x se aproxima de zero:

x	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001
$(1+x)^{\frac{1}{x}}$	2,594	2,705	2,717	2,7182	2,7183

Na tabela podemos notar que, à medida que x se aproxima de zero, a expressão, $(1+x)^{\frac{1}{x}}$ fica mais próxima do número $e \cong 2{,}7183$.

Euler introduziu o uso da função exponencial e logaritmos em provas analíticas. . Ele descobriu maneiras de expressar diversas funções logarítmicas utilizando séries de potências, também definiu a função exponencial para números complexos, e definiu a sua relação com as funções trigonométricas. Para qualquer número real φ (tida como radianos) a fórmula de Euler afirma que o complexo satisfaz a identidade exponencial:

$$\boldsymbol{e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i sen(\varphi)}$$

Desta expressão encontramos na matemática o que chamamos de número de Euler da análise complexa, para isso consideramos $\varphi = \pi$ e obtemos: $e^{i\pi} = \cos(\pi) + i.sen(\pi)$, e como $\cos(\pi) = -1$ e $\text{sen}(\pi) = 0$, então: $\boldsymbol{e^{i\pi} = -1 + i\,.0 \Rightarrow e^{i\pi} = -1 \;\Rightarrow\; e^{i\pi} + 1 = 0}$

Em matemática a fórmula $\boldsymbol{e^{i\pi} + 1 = 0}$ **,** é chamada número de Euler, e a beleza da equação é que ela relaciona cinco números fundamentais da matemática: $\boldsymbol{e}$ é a base do logaritmo natural , $\boldsymbol{\pi}(pi)$ é a constante de Arquimedes , a razão entre o perímetro e o diâmetro de qualquer circunferência (número irracional), **i** é a unidade complexa imaginária com a propriedade de $i^2 = -1$ e os números naturais 0 e 1.

2.2. ASPECTOS MATEMÁTICOS SOBRE A FUNÇÃO EXPONENCIAL

Nesta subseção abordaremos sobre o conteúdo da função exponencial começando pela definição passando pelos gráficos correspondente da função exponencial e suas características quanto o crescimento e decrescimento, antes vamos relembrar algumas propriedades das potências que são relevantes para o nosso estudo, sem contudo, fazer as demonstrações dessas propriedades, pois não é objetivo deste trabalho de pesquisa.

Se $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{R}, \boldsymbol{m} \in \mathbb{N}$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$, então valem as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{i.}\ \boldsymbol{a^m . a^n = a^{m+n}}\\
&\boldsymbol{ii.}\ \frac{\boldsymbol{a^m}}{\boldsymbol{a^n}} = \boldsymbol{a^{m-n}}\ ,\ \boldsymbol{a \neq 0}\\
&\boldsymbol{iii.}\ \boldsymbol{(a\ .\ b)^m = a^m\ .\ b^m}\\
&\boldsymbol{iv.}\ \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\right)^{\boldsymbol{m}} = \frac{\boldsymbol{a^m}}{\boldsymbol{b^m}}\ ,\ \boldsymbol{b \neq 0}\\
&\boldsymbol{v.}\ \boldsymbol{(a^n)^m = a^{m.n}}\\
&\boldsymbol{vi.}\ \sqrt[n]{\boldsymbol{a^m}} = \boldsymbol{a^{\frac{m}{n}}}
\end{aligned}$$

Uma das consequência da definição é a potência de expoente inteiro negativo de base real positiva, vejamos:

Dado um número real, a, não nulo, e um número n natural, defini-se a potência a^{-n} pela relação: $\boldsymbol{a^{-n}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{a^n}}$ (Isto é, a potência de base real, não nula, e expoente inteiro negativo é definida como o inverso da correspondente potência de inteiro positivo.

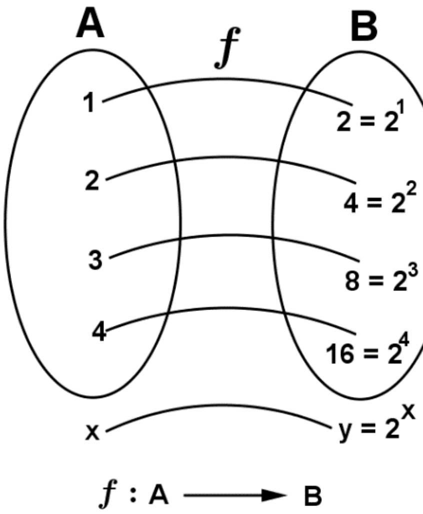
Dados $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ $(p \in \mathbb{Z}$ e $q \in \mathbb{N}^*)$, defini-se potência de base a e expoente $\frac{p}{q}$ pela relação $\boldsymbol{a^{\frac{p}{q}}} = \sqrt[q]{\boldsymbol{a^p}}$**.**

Toda Potência de base real e positiva e expoente real é umnúmero positivo, ou seja, $\boldsymbol{a > 0 \Rightarrow a^b > 0}$, **com** $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}_+^*$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}$**.**

Para compreendermos o conceito de função exponencial primeiramente partiremos do conceito de função. Em Iezzi(2000, p.81) função é definida da seguinte forma: ***Dados dois conjuntos de números reais A e B, não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo*** $x \in A$ ***existe um só*** $y \in B$ ***tal que*** $(\boldsymbol{x}\ , \boldsymbol{y}) \in \boldsymbol{f}$***.***

Neste caso, então, o conceito de função exponencial fica definida quando para cada número real x pertencente a um subconjunto A, temos um elemento real y pertencente a b tal que $y = a^x$, onde $a \in R_+^*$. Em Ribeiro(2010, p.195) conceitua função exponencial da seguinte forma: *Chamamos função exponencial toda função* $f: R \longrightarrow R_+^*$, *definida por* $f(x) = a^x. com\ a > 0\ e\ a \neq 1$.

A função exponencial fica definida quando temos uma relação matemática entre duas variáveis em que uma delas, a variável dependente, varia em função de uma outra segundo uma exponencial. O diagrama abaixo demonstra uma relação de A em B, onde cada elemento de A, representado por x, está associado por um elemento y em B tal que $y = a^x, onde\ \ 0 < a \neq 1,$ neste caso o valor de a é 2.



Notemos, na definição, que $a > 0\ e\ a \neq 1$. Essas restrições são necessárias, pois, caso contrário, não seria possível caracterizar uma função exponencial, como veremos nos seguintes casos:

- Caso $a < 0$, a função $f(x) = a^x$ não é definida em R. Exemplo, supondo $a = -2\ e\ x = \frac{1}{2}$, temos $f(x) = (-2)^{1/2} = \sqrt{-2}\ \ (\sqrt{-2}\ \notin R)$
- Caso $a = 0$, a função $f(x) = a^x$ é zero para todo x pertencente aos reais, com exceção de x igual a zero, pois, neste caso, $f(0) = 0^0$ não fica definida em reais
- Caso $a = 1$, a função $f(x) = a^x$ seria uma função constante, pois para todo x pertencente ao reias $f(x) = 1$, ou seja, $f(x) = 1^x$, qualquer que seja o número real x, o número $1^x = 1$

PROPRIEDADES

1ª. Na função exponencial $f(x) = a^x$, temos: $x = 0 \Longrightarrow f(0) = a^0 = 1$, isto é, o par ordenado (0 , 1) pertence à função para todo $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$. Isto significa que o gráfico cartesiano de toda função exponencial corta o eixo y no ponto de ordenada 1.

- **TEOREMA 1**

  Sendo $a \in \mathbb{R}, a > 1, x_1 \in \mathbb{R}\ e\ x_2 \in \mathbb{R}$, temos: $a^b > 1$ se, e somente se, $b > 0$.

  DEMONSTRAÇÃO:

$$\boldsymbol{b \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} b \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow \left(a^b > 1 \Leftrightarrow b > 0\right) \\ ou \\ b \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \Leftrightarrow (a^b > 1 \Leftrightarrow b > 0) \end{cases}}$$

- **TEOREMA 2**

  Sendo $a \in \mathbb{R}, a > 1, x_1 \in \mathbb{R}\ e\ x_2 \in \mathbb{R}$, temos:

  $\boldsymbol{a^{x_1} > a^{x_2}}$ **se, e somente se,** $\boldsymbol{x_1 > x_2}$**.**

  DEMONSTRAÇÃO:

$$\boldsymbol{a^{x_1} > a^{x_2} \Leftrightarrow \frac{a^{x_1}}{a^{x_2}} > 1 \Leftrightarrow a^{x_1 - x_2} > 1 \xLongrightarrow{(Teorema\ 1)} x_1 - x_2 > 0 \Leftrightarrow x_1 > x_2}.$$

2ª A função exponencial $f(x) = a^x$ é crescente se, e somente se, $a > 1$. Portanto, dados os reais $x_1\ e\ x_2$, temos:

I. Quando $a > 1\ e\ x_1 > x_2 \xLongrightarrow{(Teorema\ 2)} a^{x_1} > a^{x_2} \Longrightarrow f(x_1) > f(x_2)$

- **TEOREMA 3**

  Sendo $a \in \mathbb{R}, 0 < a < 1, x_1 \in \mathbb{R}\ e\ x_2 \in \mathbb{R}$, temos:

  $\boldsymbol{a^{x_1} > a^{x_2}}$ **se, e somente se,** $\boldsymbol{x_1 < x_2}$**.**

  DEMONSTRAÇÃO:

$$\boldsymbol{a^{x_1} > a^{x_2} \Leftrightarrow \frac{a^{x_1}}{a^{x_2}} > 1 \Leftrightarrow a^{x_1 - x_2} > 1 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0 \Leftrightarrow x_1 < x_2}$$

3ª A função exponencial $f(x) = a^x$ é decrescente se, e somente se, $0 < a < 1$. Portanto, dados os reais $x_1\ e\ x_2$, temos:

Quando $0 < a < 1\ e\ x_1 < x_2 \xLongrightarrow{(Teorema\ 3)} f(x_1) > f(x_2)$

A FUNÇÃO EXPONENCIAL É INJETORA

Função Injetora:

Uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam $x_1\ e\ x_2$ de A, se $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$. Em símbolos: $f: A \longrightarrow B, f$ é $injetora\ \Leftrightarrow (\forall x_1, x_1 \in A. \forall x_2, x_2 \in A)(x_1 \neq x_2 \Longrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

Notemos que a definição proposta é equivalente a: uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam $x_1\ e\ x_2$ de A, se $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. Em lugar de dizermos "f é uma função injetora de A em B", poderemos dizer "f é uma injeção de A em B".

4ª A função exponencial $f(x) = a^x$, com $0 < a \neq 0$, é injetora pois, dados x_1 e x_2 tais que $x_1 \neq x_2$ (por exemplo $x_1 < x_2$), vem:

i. Se $a > 1$, temos: $f(x_1) < f(x_2)$
ii. Se $0 < a < 1$, temos: $f(x_1) > f(x_2)$ e, portanto, nos dois casos, $f(x_1) \neq f(x_2)$.

IMAGEM DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Vimos anteriormente, no estudo de potências de expoente real, que se $a \in \mathbb{R}_+^*$,então $a^x > 0$ para todo x real. Portanto para uma função $f(x) = a^x, com\ a > 0,$ temos que para todo $x \in \mathbb{R}$ teremos sempre $f(x) > 0$, nesse caso, então a imagem da função é $Im = \mathbb{R}_+^*$

Função Sobrejetora

Uma função f de A em B é sobrejetora se, e somente se, para todo y pertencente a B existe um elemento x pertencente a A tal que $f(x) = y$. Em Símbolos: $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{A} \longrightarrow \boldsymbol{B}, \boldsymbol{f}$ é $\boldsymbol{sobrejetora}\ \Leftrightarrow \forall \boldsymbol{y}, \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{B}, \exists \boldsymbol{x}, \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{y}$**.** Notemos que $f: A \longrightarrow B$ é sobrejetora se, e somente se, $Im(f) = B$. Em símbolo $f: A \longrightarrow B, f$ é $sobrejetora\ \Leftrightarrow Im(f) = B$. Em lugar de dizermos "$f$ é uma função sobrejetora de A em B", podemos dizer "f é uma sobrejeção de A em B.

A FUNÇÃO EXPONENCIAL É SOBREJETORA

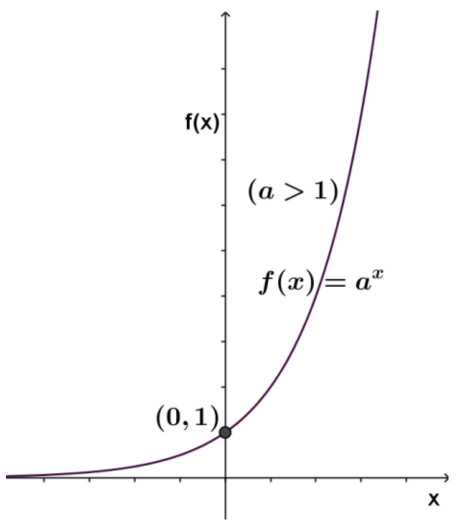
Dada a função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$, definida por $f(x) = a^x, com\ a > 0$, como para todo x real, temos $f(x) > 0$, ou seja, $Im(f) = \mathbb{R}_+^*$, a imagem da função é igual ao contradomínio, então é sobrejetora.

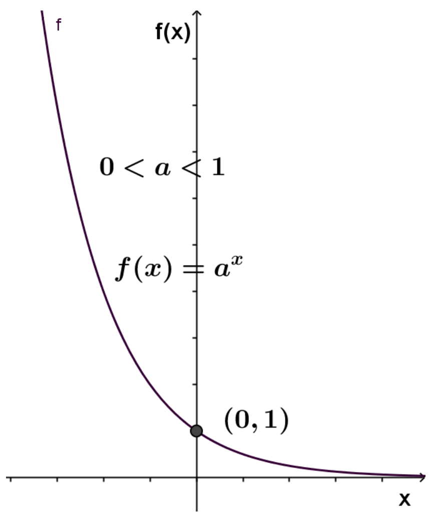
GRÁFICO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

O gráfico da função exponencial é uma curva que apresenta as seguintes características:

i. A curva representativa está toda a cima do eixo x, pois $y = a^x > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
ii. Corta o eixo y no ponto de ordenada 1.
iii. Se $a > 1$ é o de uma função crescente e se $0 < a < 1$ é o de uma função decrescente.

Toma um dos aspectos da figura abaixo



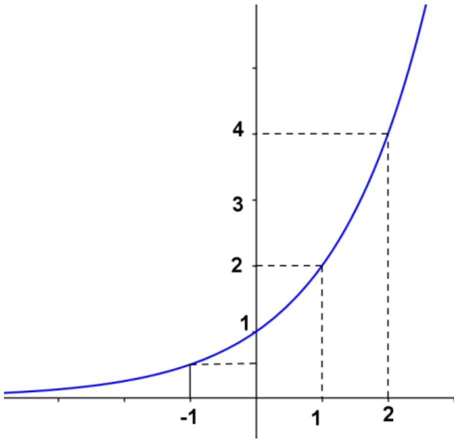


Vamos construir o gráfico da função exponencial $f(x) = 2^x$, definida de R em R_+^*.

Por meio de uma tabela para registro atribuimos alguns valores a x e obtemos os valores correspondentes para $y = f(x)$ que são as suas respectivas imagens, no exemplo abaixo, vemos o gráfico da citada função.

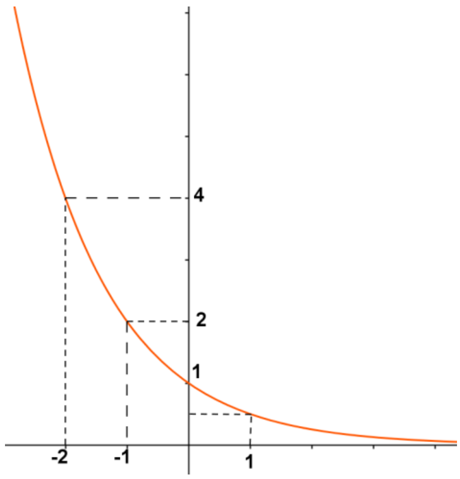
$$f(x) = 2^x \ , \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$$

x	f(x)
-1	1/2
1	2
2	4



$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ , \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$$

x	f(x)
-2	4
-1	2
1	1/2



Aplicações da função exponencial
Crescimento Exponencial

A lei natural do crescimento:

Muitas grandezas naturais mudam com o tempo, a uma taxa instantânea dependendo do valor da própria grandeza. Por exemplo, a taxa com a qual uma quantidade de substância radioativa decresce devido à desintegração radioativa depende da quantidade de substâncias presente. Analogamente, a taxa com a qual uma quantidade de dinheiro em uma conta bancária a juros compostos cresce depende da quantidade de dinheiro na conta.

Em geral, se q representa a quantidade de alguma substância em um tempo t, então$\frac{dq}{dt}$ representa a taxa instantânea de mudança de q. Como já mencionamos, frequentemente acontece que $\frac{dq}{dt}$ depende de q de uma maneira definida; de fato, em muitos casos $\frac{dq}{dt}$ é proporcional a q, de modo que $\frac{dq}{dt} = kq$,onde k é a constante de proporcionalidade. Se $k > 0$, então $\frac{dq}{dt} > 0$ e q cresce com o passar do tempo, enquanto que, se k < 0. $\frac{dq}{dt} < 0$ e q decresce com o passar do tempo. A equação diferencial $\boldsymbol{\frac{dq}{dt} = kq}$, aplicável a vários fenômenos naturais diferentes, é chamada normalmente ***lei natural do crescimento*** . falando rigidamente, quando $k < 0$ ela deveria ser chamada de lei natural de decrescimento.

A equação diferencial $\frac{dq}{dt} = kq$ é resolvida da seguinte maneira:

A equação diferencial $\frac{dq}{dt} = kq$ é separável; logo, pode ser reescrita como $\frac{dq}{q} = kdt$. Integrando ambos os lados desta última equação :

$$\int \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{q}} \boldsymbol{dq} = \int \boldsymbol{k \,.\, dt}$$

obteremos $\ln|q| = kt + C$, onde C é a constante de integração. Exponenciando ambos os lados desta equação, teremos $e^{\ln|q|} = e^{kt+C}$; isto é, $|q| = e^{kt}.e^{C}$. Como $|q| = \pm q$, podemos escrever $q = (\pm e^{C}).e^{kt}$ e, como C é uma constante, $\pm e^{C}$ também o é. Se q_o é o valor de q quanto t = 0, então $q_o = (\pm e^{C})e^{(k)(0)} = (\pm e^{C})e^{0} = \pm e^{C}$; logo, $\boldsymbol{q = q_o e^{kt}}$**.**

Um exemplo dessa lei está na seguinte situação: Uma colônia de bactéria cresce a uma razão proporcional ao número de bactérias presente. Se o número duplica em 5 horas, quando ela triplicará ? Quantas horas serão necessárias para que o número de bactérias aumente de 100 vezes a quantidade original ?

Como a colônia dessa espécie cresce proporcional ao número de bactérias presente, então o problema descrito é resolvido por:

$$\frac{dQ}{dt} = r.Q$$

Sendo $\frac{dQ}{Q} = r.dt$, e inteligralizando ambos os membros, temos:

$$\int \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{Q}}.\boldsymbol{dQ} = \int \boldsymbol{r.dt}$$

$\int \frac{1}{Q}.dQ = \int r.dt \rightarrow \ln|Q| = r.t + C \Rightarrow \mathrm{e}^{\ln|Q|} = \mathrm{e}^{r.t+C} \Rightarrow Q = e^{r.t}.e^{C}$, como e^{C} é uma constante, podemos chamá-la de uma constante real k, neste caso teremos: $Q(t) = k.e^{r.t}$.Podemos ainda dizer que Q_o é o valor de Q quando $t\ igual\ a\ zero\ (t = 0)$, nesse caso teremos: $Q_o = k.e^{r.0} = k$, conclumos portanto que $Q(t) = Q_o.e^{r.t}$ que é a lei matemática que modela o nosso problema acima descrito. Através dela vamos responder as perguntas feitas:

- Quando a cultura triplicará?

  $3.Q_o = Q_o.e^{r.5} \Rightarrow \ln 2 = r.5 \Rightarrow r = \frac{\ln 2}{5} \cong 0{,}14$, portanto teremos: $Q(t) = Q_o.e^{0{,}14.t} \Rightarrow 3.Q_o = Q_o.e^{0{,}14.t} \Rightarrow \ln 3 = 0{,}14.t \Rightarrow t = \frac{\ln 3}{0{,}14}$=7,85h.
- Quantas horas serão necessárias para que o número de bactérias aumente 100 vezes ?

$$100.Q_o = Q_o.e^{0{,}14.t} \Rightarrow 100 = e^{0{,}14.t} \Rightarrow t = \frac{\ln 100}{0{,}14} \cong 33horas$$

Lei do Resfriamento de Newton

A lei de resfriamento de Newton , afirma que a diferença de temperatura entre um objeto e o meio que o contém decresce com o passar do tempo de acordo com a expressão:

$$T = T_a + C.e^{k.t}$$

$$T(0) = T_a + C \therefore C = T_o - T_a$$

$$T = T_a + (T_o - T_a).e^{k.t}$$

$$T = (T_o - T_a)\,.e^{k.t} + T_a$$

esta lei matemática é constituída quando levamos em consideração que a lei do decrescimento natural é dada pela taxa de variação da temperatura em função do tempo que é proporcional a variação da temperatura do objeto e o ambiente, ou seja:

$$\frac{dT}{dt} = K.(T_o - T_{ambiente})$$

Um exemplo desta aplicação está no seguinte problema: Um café está a 100° logo depois de coado e, um minuto depois, passa para 80°, em um ambiente a 20°C. Determine a temperatura do café em função do tempo e o tempo que levará para o café chegar a 50°C.

Vamos integrar os dois lados da equação diferencial a cima:

$$\int \frac{1}{T_o - T_a}\,dT = \int K.dT \Rightarrow Ln|T_o - T_a| = K.t + C$$

$e^{\ln|T_c - T_a|} = e^{k.t}\,.e^{C} \Longrightarrow T_c - T_a = e^{k.t}\,.C \Longrightarrow T_c = T_a + e^{k.t}.C$, para o tempo igual a 0, temos que a temperatura é de 100°C, portanto: $100 = 20 + e^{k.0}.C \Longrightarrow 80 = C \Longrightarrow T_c = 20 + e^{k.t}.80$, assim a lei matemática que descreve o comportamento a cima é $\boldsymbol{T_c = 20 + 80\,.e^{k.t}}$. Para t=1 a temperatura é de 80°C, então teremos: $80 = 20 + 80.e^{k.1} \Longrightarrow 60 = 80.e^{k} \Longrightarrow \frac{60}{80} = e^{k} \Longrightarrow k = \ln\frac{60}{80} = -0{,}29$, portanto a expressão que modela o problema é: $\boldsymbol{T_c(t) = 20 + 80.e^{-0,29.t}}$. O tempo que o café levará para chegar a 50°C é: $50 = 20 + 80.e^{-0,29.t} \Longrightarrow 30 = 80\,.e^{-0,29.t}$, e ainda teremos $\frac{30}{80} = e^{-0,29\,.t} \Longrightarrow -0{,}29.t = \ln\frac{30}{80} \Longrightarrow -0{,}29.t = -0{,}98 \Longrightarrow t = \frac{0{,}98}{0{,}29} = 3{,}38$ minutos.

A função exponencial tem grande importância em Matemática, Química, Engenharia, Física, Economia, Biologia, Psicologia, dentre outras áreas Ribeiro (2011)

A aplicação da função exponencial pode ser observada, por exemplo, em situações envolvendo **juro composto.** Determinada quantia em dinheiro rende juro composto, quando, depois de cada período de tempo do investimento, os juros são somados ao montante do período anterior. Para obter o montante ao final de n períodos de tempo (dia, mês, ano, bimestre etc...) existe uma fórmula que deve ser generalizada da seguinte maneira: $M = c\,.\,(1+i)^n$, em que: M é o montante, c é o capital, n é o período e i é a taxa de juro.

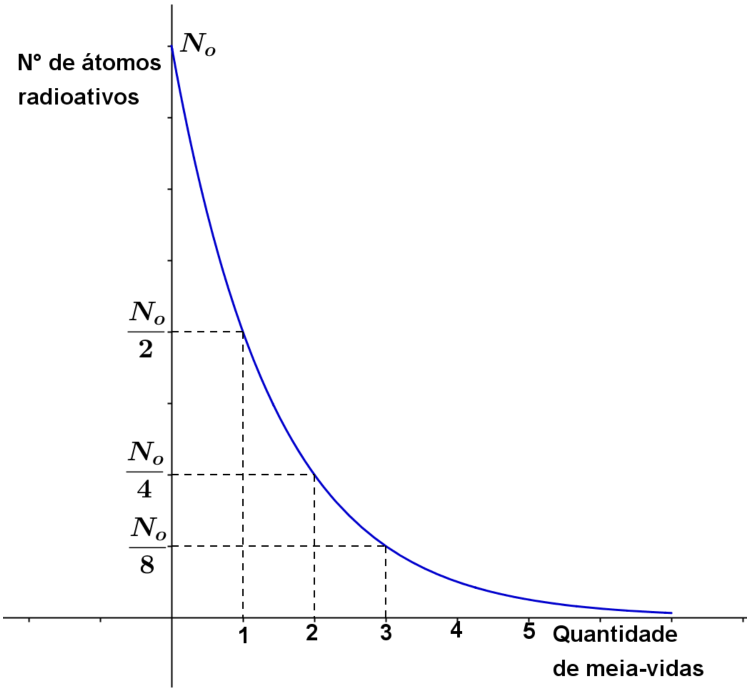
Note que M é dado em função de n, e a variável independente é um **expoente.** Essa função é do tipo **exponencial.**

Radioatividade e meia-vida é um fenômeno que pode ser natural ou induzido. Por exemplo, na natureza, encontramos em rochas isótopos radioativos, como Urânio-238 e o Rádio-226. No sangue e o nos ossos encontramos o potássio-40, o carbono-14 e o Rádio-226. Iezzi (2010)

Basicamente, o fenômeno da radioatividade funciona da seguinte forma: se um átomo tiver seu núcleo muito energético (átomos radioativos), ele tenderá a estabilizar-se, emitindo o excesso de energia na forma de partículas e ondas, como, por exemplo, as radiações alfa, beta e gama. O processo pelo qual essa energia é liberada é chamado **decaimento radioativo.**

Cada elemento radioativo se transmuta (desintegra) a uma velocidade que lhe é característica. Meia-via é o tempo necessário para que a sua atividade radioativa seja reduzida à metade da atividade inicial. Após o primeiro período de meia-vida, somente a metade dos átomos radioativos originais permanece radioativa. No segundo período, somente $\frac{1}{4}$, e assim por diante.

Partindo de n_o átomos radioativos de um elemento, é possível representar graficamente o número de átomos radioativos, em função da quantidade de meias-vidas transcorridas: veja o gráfico abaixo:



A lei que define essa função é $\boldsymbol{n = \frac{n_o}{2^x}}$**,** sendo x a quantidade de meias-vidas e n o número de átomos radioativos.

2.2. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Nesta Subseção apresentaremos os resultados de cada revisão de estudos correspondente as análises teórico-acadêmicas. Muitos destes trabalhos também encontrei resultados de revisão de estudos da dissertação de Silva (2014), fizemos o levantamento bibliográfico acerca das dissertações e teses nacionais que discutiam o ensino de funções exponenciais. Identificamos como fontes trabalhos disponibilizados via Online, portais de algumas universidades, tais como, UEPA, dentre outras, colocando como palavras-chave “ensino da função exponencial” e “equações exponenciais”. Optamos por trabalhos, entre 2002 a 2014, que abordassem o ensino da função exponencial direcionada à educação básica na expectativa de apontar recursos metodológicos possíveis de trabalhar em sala de aula, assim como, trabalhos que problemize o ensino e a aprendizagem das funções exponenciais da educação básica.

Dentre os trabalhos encontrados, selecionamos 13 trabalhos, sendo 10 dissertações, 2 teses e um trabalho de conclusão de curso, com variadas abordagens didático-metodológicas para diferenciados conteúdos referentes a função exponencial trabalhadas na educação básica, No quadro abaixo destacamos os trabalhos selecionados, com seus respectivos autores, títulos ano de publicação objetivos da pesquisa, a instituição que está vinculada à pesquisa, sendo que o quadro foi organizado por ano de publicação, buscando oferecer um panorama cronológico de produções realizadas nesse período sobre o ensino de Função Exponencial.

Quadro 1 – Trabalhos Selecionados à Revisão de Estudos

Natureza do Trabalho	Autor(es)	Tema	Instituição
Dissertação	Domini(2005)	“Utilização de diferentes Registros de representação: Um estudo envolvendo Funções Exponenciais”	UEL
Dissertação	Oliveira (2014)	“Análise da Contextualização da Função Exponencial e da Função Logarítmica nos Livros Didáticos do Ensino Médio”	UFCG
Dissertação	Barreto (2008)	“Matemática e Educação Sexual: Modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários.”	UFRGS
Dissertação	Araújo (2005)	“A concepção de um software de matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções”	PUC-SP
Dissertação	Pereira (2010)	“Abordagem das Funções Exponenciais e Logarítmicas numa perspectiva conceitual e gráfica no Ensino Médio”	PUC-MG
Dissertação	Braz (2007)	“Uma proposta de utilização de material manipulativo no aprendizado da Função Exponencial”	UFRPE
Dissertação	Silva (2014)	“O ensino das funções exponencial e logarítmica por atividades”	UEPA-PA

Artigo	Breunig & Gabbi (2011)	“Ensino da Função Exponencial e o jogo de Xadrez”	II CNEM e IX EREM
Dissertação	Brucki (2011)	“O uso da modelagem no ensino da Função Exponencial”	PUC – SP
Artigo	Silva (2012)	“Da interpretação à conceituação: uma sequência didática baseada no uso de problemas envolvendo funções exponenciais e logarítmica”	UFRGS
Dissertação	Fonseca (2013)	“Estudo epistemológico do conceito de Função: uma retrospectiva”	XI ENEM
Tese	Andrade (2012)	“Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino médio e ensino superior para o caso da noção de função exponencial”	UNIBAN
Dissertação	Gadiola (2015)	“Função Exponencial: Definição, caracterização e Aplicczções”	UFES

Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Nossa revisão de estudos teve a intenção de oferecer um panorama das pesquisas selecionadas no levantamento bibliográfico que fizemos. Conforme Vosgerau e Romanowski (2014, p. 167)

> Os estudos de revisão consistem em organizar, esclarecer e resumir as principais obras existentes, bem como fornecer citações completas abrangendo o espectro de literatura relevante em uma área. As revisões de literatura podem apresentar uma revisão para fornecer um panorama histórico sobre um tema ou assunto considerando as publicações em campo. Muitas vezes uma análise ou assunto das publicações pode contribuir na reformulação histórico do diálogo acadêmico por apresentar uma nova direção, configuração e encaminhamentos. Vosgerau e Romanowski (2014, p. 167)

Nesse sentido, distribuímos nosso estudo em três categorias: diagnósticos, estudos teóricos e experimentais.

Os estudos diagnósticos foram caracterizados por aquelas pesquisas que tiveram a finalidade de apontar uma análise sobre o processo de ensino e aprendizagem da função exponencial, assim como, um diagnóstico sobre o livro didático.

Os estudos de propostas metodológicas foram considerados os trabalhos que oferecem, como produto de suas pesquisas, sugestões metodológicas de como abordar conteúdos matemáticos referente a função exponencial, tais como sequências didáticas e situações pedagógicas.

Os estudos experimentais foram caracterizados como as pesquisas que propõem, experimentam e analisam atividades alternativas de ensino em sala de aula.

2.2.1. Estudos diagnósticos

Os estudos diagnósticos são os estudos que analisaram e identificaram algumas das dificuldades dos alunos durante o processo ensino-aprendizagem da Função Exponencial

O trabalho de Dominoni (2005) encontramos uma pesquisa, intitulado: “Utilização de Diferentes Registros de Representação: Um estudo envolvendo Funções Exponenciais”. Sua fundamentação teórica está baseado na Teoria dos Registros e Representações Semióticas de Raymond Duval, que afirma que a coordenação dos diferentes registros de representação, pode proporcionar a apreensão de um conceito matemático. A metodologia utilizado segue a Engenharia didática, na Análise a priori, DOMINI (2005) elaborou as atividades da sequência visando a utilização dos diferentes registros e analisando seus aspectos matemáticos e didáticos.

O **objetivo** da sua pesquisa foi investigar a utilização dos diferentes registros de representação para a aprendizagem da função exponencial como uma ferramenta apropriada para o desenvolvimento de atividades que consideram o tratamento, a conversão e a coordenação entre os diferentes registros de representação da Função Exponencial, e se contribuem para a apreensão do objeto matemático Função Exponencial.

A autora busca na Teoria dos Registros de Representação Semióticas, uma teoria que investiga os aspectos cognitivos no qual o aluno possa perceber e reconhecer um objeto matemático , Função Exponencial.

A autora **concluiu** em suas pesquisas que o processo de ensino aprendizagem da matemática não pode ser resumido apenas no efeito epistemológico, mas também deve-se levar em consideração o indivíduo que aprende, e como ele aprende. Domini (2005) também chegou a conclusão na sua pesquisa que percebe-se no atual quadro de ensino do professor, de uma maneira geral, assim como nos livros didáticos, apresentam para os alunos, os diferentes registros de representação da Função Exponencial, porém enfatizam somente a identificação da função nos diferentes registros e o tratamento, e não enfatizam com a mesma intensidade a conversão e a coordenação entre eles. Domini (2005) ainda chegou a conclusão, na sua pesquisa, que as dificuldades encontradas pelos alunos, poderiam ser amenizadas se tivessem sido incluídos mais algumas atividades no início da primeira fase que propiciassem a conversão entre o registro em linguagem natural e o registro algébrico, pois o autor concluiu, que também poderia incluir atividades que possibilitassem a conversão do registro gráfico para o algébrico, pois este tipo de conversão não foi muito enfatizado, o que poderia ter contribuído bastante para o ensino aprendizagem do aluno.

Em Oliveira (2014) encontramos que objetivou analisar como os livros didáticos abordam as funções exponenciais e logarítmicas e como são tratados as questões contextualizadas sugeridas como atividades aos alunos. A autora apresenta algumas justificativas das fórmulas que fornecem o valor da magnitude de um terremoto na Escala Richer, o PH de uma substância e a medida da intensidade sonora em decibéis causado por uma fonte sonora qualquer.

O objetivo do seu trabalho foi avaliar as questões contextualizadas em livros didáticos classificando-as como adequados, caso em que os alunos tem um bom aprendizado da importância do estudo da função exponencial e logarítmicas, ou inadequadas, caso as questões contextualizadas parecem ser mais histórias fictícias e que não despertam interesses pelos alunos. Também são apresentados vários exemplos de contextualizações pesquisadas pela autora e elaborado por um grupo de pesquisadores, que foram sugeridos como instrumentos à disposição dos professores para fazerem uso dessas questões em sala de aulas buscando uma melhor compreensão e aplicação das funções exponenciais e logarítmicas.

A autora apresenta em seu trabalho as perguntas que foram frequentes pelos alunos no decorrer da sua pesquisa, tais como: Em que vamos usar isto que estamos aprendendo ? Por que estudar matemática ? . Oliveira (2014) apresenta como respostas a essas perguntas os (PCN 15) cuja finalidade do ensino de matemática no Ensino Médio tem, dentre outros objetivos, o de:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para forma uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações matemáticas;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

A autora concluiu em sua pesquisa que cabe ao professor ter um olhar crítico e ateno no momento das escolhas dos exercícios que irá trabalhar em sala de aula com os seus alunos, pois há livros com boas contextualizações e outros com contextualizações inadequadas, para que isto ocorra o professor deve pesquisar e buscar o conhecimento em outras áreas do currículo, pois as questões contextualizadas têm esta conexão com outras áreas do saber.

2.2.2. Estudos Experimentais:

Categoria composta por trabalhos que propõe e realizam atividades voltadas para o Ensino da Função Exponencial, objetivando superar uma dificuldade e/ou aumentar a eficácia do processo ensino aprendizagem.

Em Santos (2011) encontramos um trabalho na categoria dissertação, intitulado: “O Ensino da Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do *software* GeoGebra”. O trabalho da autora apresentou o seguinte objetivo: elaborar, analisar e aplicar uma sequência didática que envolveu o tema função logarítmica com o uso do *software* GeoGebra como uma estratégia pedagógica, e como suporte teórico foi feita por meio da Teoria dos Registros de Representação e semiótica e os processos do Pensamento Matemático avançado.

O referencial metodológico de sua pesquisa foi os pressupostos da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996). Os sujeitos da sua pesquisa foram estudantes do 1° ano do ensino médio de uma escola no Estado de S. Paulo, e as atividades que foram usadas na sequência foram retiradas do caderno do professor com algumas adaptações que foram feita pela pesquisadora onde julgava ser necessário para atingir o objetivo da pesquisa.

Santos (2011) relata no seu trabalho que as análises das produções realizadas pelos alunos em conjunto em conjunto com as transcrições dos diálogos gravados em áudio durante a aplicação da sua sequência didática, percebeu-se que os alunos tiveram dificuldades em fazer a conversão do registro gráfico do registro de partida para o registro de chegada, de acordo com Santos (2011) os alunos relataram que o uso do *software* GeoGebra contriguiu para que os alunos tivessem uma melhor visualização dos gráficos e um melhor entendimento e interpretação do comportamento do gráfico chegando as mudanças de representação partindo de um mesmo conceito.

> Os processos do Pensamento Matemático Avançado envolvidos nas estratégias de resoluções dos estudantes foram: a descoberta por meio de investigação, mudança de representação de um mesmo conceito, generalização e abstração. (Santos 2011)

Santos (2011) concluiu em sua pesquisa que, após as análises dos resultados a aplicação da sequência didática com o uso do *software* GeoGebra foi uma estratégia eficiente para atingir os objetivos propostos em sua pesquisa.

Araújo (2005) apresentou um trabalho com a seguinte questão motivadora: “Em que medida a utilização de um *software* como ferramenta didática no estudo de conteúdos matemáticos relacionados com as funções exponenciais e logarítmicas contribui na aprendizagem do aluno ?”. o objetivo da pesquisa consistiu em encontrar um software que pudesse auxiliar na aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas. A pesquisa se deu por entrevistar professores da rede pública de Ensino Fundamental e Médio e também da rede privada da cidade de S. Paulo. O autor aplicou algumas atividades com o intuito de atender as necessidades apresentadas pelos professores. Araújo (2005) em seu trabalho defende a utilização de software pela facilidade de compreensão e por tornar a aula dinâmica, também se apoiou em algumas idéias e teorias proposta por Papert (1960) que defendem o uso de tecnologias sobretudo o computador como ferramenta importantíssima no auxílio da compreensão.

Araújo(2005), chegou a conclusão que os alunos no Ensino Fundamental já apresentam dificuldades com as operações de potenciação, e percebeu que o uso de software trouxe mudanças no aprendizado dos alunos com as atividades observando a troca de idéias entre os alunos, o que ajudou a interação entre eles, o que acabou motivando os mesmos.

Raquel e Renan (2011) utilizaram um bloco de aulas começando com uma peça teatral como forma de chamar atenção dos alunos, dentro do proposto como ensino diferenciado, um tabuleiro de xadrez e uma tabela. A peça narra a história de um rei cujo súdito teria inventado um jogo para passa-tempo do rei, o rei por sua vez, querendo recompensá-lo, propõe ao súdito qualquer pedido, o súdito então, pede ao rei um grão de trigo pela primeira casa do xadrez, 2 grãos de trigo pela segunda casa do tabuleiro, 4 grãos de trigo pela terceira casa, 8 grãos de trigo pela terceira casa e

assim sucessivamente até a última casa do tabuleiro. Outra parte do bloco de notas foram usados o laboratório de informática, pois é sugerida a utilização do *software* livre *Graph* e da planilha eletrônica.
Cada aluno também preenchia um questionário anotando o n° da casa e a quantidade de trigo naquela casa do tabuleiro. Não era permitido a notação científica.

O trabalho de Ferreira (2006) utilizou uma sequência de ensino para as funções logarítmicas, a questão motivadora de sua pesquisa trouxe o seguinte questionamento: “Existem fatores que podem contribuir para a aprendizagem ? Como Identificá-los ?. Sua pesquisa teve como objetivo a investigação de diferentes registros de representação para a aprendizagem da Função Exponencial. A engenharia Didática foi a metodologia da sua pesquisa fundamentada na Didática da Matemática, em sua pesquisa a sequência didática contou com a participação de alunos do 1° ano do Ensino Médio do Colégio Militar de Santa Maria no Rio Grande do Sul. O autor concluiu que as aulas realizadas no laboratório com o uso do software Winplot, software de construção gráfica, ajudaram no entendimento na questão gráfica, facilitando a compreensão através do gráfico o entendimento de função inversa, ou seja, a logarítmica como inversa da exponencial, portanto o aprendizado com o uso desse software tornou-se mais significativo.

Em Pereira (2010) apresentaram um artigo, resultado de suas pesquisas de mestrado,e foi defendida nos anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática, e a pesquisa estuda a abordagem metodológica da função exponencial e logarítmica numa perspectiva conceitual e gráfica no ensino médio. Em suas pesquisas procuraram analisar a função exponencial e o estudo de polias e como resolver problemas relacionados ao tema, também relacionaram a função exponencial e as ciências biológicas, função exponencial e a matemática financeira com a abordagem dos conceitos de funções exponenciais e logarítmicas.

Os autores apresentaram atividades que contemplaram os conceitos de funções exponenciais e logarítmicas, e como utilizaram traçados de gráficos privilegiando a variação de parâmetros das funções, bem como as relações de simetria entre elas, levando o estudante a entender a relação de inversão entre as duas.

Foi utilizado nessa pesquisa o *Software Winplot* , no tratamento das translações horizontais e verticais das funções exponenciais e logarítmicas.

Foram apresentados 6 atividades, com níveis de dificuldades crescentes, onde as duas primeiras, eles abordam os conceitos de funções exponenciais e logarítmicas, dando ênfase a ciência biológica e a matemática financeira. Nessas atividades eles mostram a relação entre as variáveis dependentes e independentes e o comportamento das funções. As demais tratam da interpretação dos parâmetros das funções, analisando o comportamento das mesmas com variação dos mesmos. Também exploraram atividades mostrando qual o comportamento dessas funções com software winplot, e seus comportamentos de translação no comportamento dos gráficos no sentido horizontal e vertical, fixando o comportamento de crescimento e decrescimento das funções exponenciais e logarítmicas.

O trabalho de Braz (2007) na categoria dissertação, intitulado: “Uma proposta de utilização de material manipulativo no aprendizado da função exponencial”. Apresentou o seguinte objetivo : O desenvolvimento de uma sequência didática com material manipulativo, para o ensino de Função Exponencial, destinadas a alunos da primeira série do Ensino Médio. A referida sequência com material manipulativo foi proposto para uma situação didática que favorecesse a discussão como, estímulo, buscando despertar, nos alunos, interesses no conteúdo em foco.

Braz (2007) também propôs em sua pesquisa, analisar a abordagem sobre a função exponencial em livros didáticos, desenvolver uma sequência didática, formada por três atividades, com dobraduras, e a torre de Hanoi para a aplicação no estudo da função exponencial. Ainda buscou identificar diferenças de desempenho de alunos após uma sequência didática com dobraduras e a torre de Hanói na aprendizagem da função exponencial em pré-teste e pós-teste.

A fundamentação teórica de Braz (2007) foi a análise realizada com pelo menos três livros didáticos mais usados pela região da cidade onde foi feita a pesquisa, e compará-los com o uso de material de manipulação no ensino de matemática tais como as dobraduras e os jogos, em particular a Torre de Hanói.

Braz (2007) concluiu que partindo da idéia de que material manipulativo, como recurso didático, em uma sequência de atividades, pode favorecer a compreensão, tanto da modelagem, quanto do comportamento de uma função exponencial, e ainda motivador e desperta no aluno buscar novas formas de modelar situações que envolvem matemática.

O autor termina as suas considerações finais trazendo uma análise de que os livros didáticos não trazem questões contextualizadas contendo situações do cotidiano, pois o que os autores propõem em seus livros são questões desafios, que tratam mais do ponto de vista manipulativo, quando que nos livros didáticos poderiam ser propostas atividades construtivas

Em Silva (2014) ,encontramos um trabalho na categoria dissertação, intitulado: "O ensino das funções exponencial e logarítmica por atividade", este trabalho apresentou o seguinte objetivo : avaliar a potencialidade do ensino das funções exponencial e logarítmica por meio de atividades, e teve como questão norteadora: Qual a potencialidade do ensino da função exponencial e logarítmica por meio de atividade

A metodologia utilizada foi a engenharia didática dividida em quatro etapas: análises prévias, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação.

Para analisar previamente o ensino e aprendizagem de função exponencial e logarítmica, o autor fez um levantamento sobre o estudo sobre o ensino-aprendizagem dessas funções no ensino médio a partir de pesquisas em banco de dados em universidades do Brasil, uma pesquisa de campo, com a utilização de questionário objetivos sobre o ensino-aprendizagem das funções exponenciais e logarítmicas, participaram da pesquisa professores e alunos do 2° ano do ensino médio.

A segunda fase metodológica foi a concepção e análise a priori, a partir das informações obtidas das análises preliminares, foi elaborada uma sequência didática com quinze atividades, jogos e testes diagnósticos que foram analisados a priori, aplicados a 21 alunos do 1° ano de uma escola estadual da cidade de Belém do Pará sendo desenvolvidas em dez sessões.

O autor concluiu que é possível os alunos descobrirem modelos matemáticos relacionados a função exponencial e logarítmica sem que o professor os apresente

> " As análises a posteriori evidenciaram que é possível os alunos descobrirem modelos matemáticos associados às funções exponencial e logarítmica sem que o professor os apresente e que o desempenho dos alunos na realização das leituras e construções gráficas foi mais eficiente que o desempenho quando ensinado da maneira clássica".

Em Breunig & Raquel (2011) , encontramos um artigo, intitulado: “Ensino de Função Exponencial e o Jogo de Xadrez”, o trabalho foi desenvolvido a partir de um bloco de aulas que contemplou o conteúdo de Função Exponencial e , para desenvolvê-lo utilizaram o jogo de xadrez e diferentes recursos didáticos e metodológicos.

Os referenciais teóricos que nortearam o trabalho foram os documentos oficiais de matemática para o Ensino Médio, que orientaram a importância e a intuição do raciocínio matemática. No bloco de aulas, inicia-se com a apresentação de uma peça teatral como parte integrante do trabalho, a partir do qual se propõe um problema, depois é feito uma série de questionamentos e da utilização de um tabuleiro de xadrez e grãos de trigo, o objetivo de instigar o aluno a interpretar, generalizar e resolver o problema.

A metodologia foi a utilização de um bloco de aulas composto por diversos questionamentos relacionados ao problema proposto, a utilização de uma calculadora científica por parte dos alunos para realizar operações extensas, também foi necessários que os alunos utilizassem cartolina para a confecção de um tabuleiro de xadrez, bem como, régua e grãos de trigos, ou sementes semelhantes. Parte do bloco de aulas foram desenvolvidos em laboratório de informática, pois foi sugerida a utilização de um software livre Graph e da planilha eletrônica

O bloco de aulas narra a história de um rei, que ao saber, que seu súdito havia inventado um jogo para distrair o tempo do rei, este resolveu recompensá-lo, pediu para que o seu súdito lhe pedisse qualquer coisa do reino. O súdito falou: “ Bondoso rei, dê-me, então um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, dois pela segunda casa, quatro pela terceira casa, oito pela quarta casa e assim por diante, até a última casa do tabuleiro”. O rei chamou os administradores para realizar o desejo do súdito. O questionário visa os alunos participantes do trabalho a realizarem as perguntas sobre quantos grãos daria em cada casa do tabuleiro, a partir de uma certa casa do tabuleiro, os alunos perceberam que os números começavam a ficar demasiadamente grande, e por isso o uso de calculadora científica, e a relação desses números com aquela casa do tabuleiro, chegando-se a conclusão que tratava-se de uma relação exponencial.

Os Autores concluíram que a utilização de diferentes recursos e metodologias de ensino é importante para a interpretação e compreensão dos alunos sobretudo quando se manipula com materiais, e ainda, o professor possibilita ao aluno um maior envolvimento e compreensão dos conceitos matemáticos.

Em Gadioli (2015) encontramos uma dissertação sobre função exponencial cujo objetivo foi propor uma metdologia para que os educadores possam de forma coerente dar significado ao estudo da função exponencial de forma a utilizá-la como uma ferramenta para resolver problemas no cotidiano.

Gadioli , ressalta ainda, que os livros didáticos devem ser escolhidos de forma cuidadosa, pois são eles que oferecem os problemas que retratam a realidade das tecnologias e dos problemas atuais que irão levar os alunos a enfrentarem no dia a dia, a formação dos professores, também é ressaltado pelo autor como um dos fatores que contribuem para uma boa formação do ensino em sala de aula.

O autor considera que o conteúdo de função exponencial não é bem visto pelos alunos, pois acham o conteúdo difícil e cansativo, além disso, não conseguem assimilar onde aplicariam este conteúdo de alguma forma na vida ou que tenha algo semelhante, o autor conclui ainda, que nem mesmo os que já concluíram o ensino médio ainda não entenderam porque estudaram tal assunto no ensino médio, ele atribui que os livros didáticos utilizado em sala de aula tem contribuído para esta realidade.

> “O estudo da função exponencial, não é bem visto pelos estudantes do ensino médio, acham esse conteúdo difícil e cansativo. Além disso, não conseguem perceber nem um tipo de aplicação prática, mesmo aqueles que já concluíram o ensino médio, na maioria das vezes não sabem o porquê estudaram esse tema”.

O autor concluiu que a má formação profissional que atua nesse campo da matemática, tem relevante participação, pois tem dificuldades para participarem de cursos de formação e atualização. Por isso os exemplos trabalhados em sala de aula tem poucas ligações com os exemplos práticos na ciência e na natureza ficando concentrado em problemas abstratos como inequações exponenciais, o autor comenta ainda, que muitas justificativas e provas não são demonstradas deixando os alunos sem interesse e estímulo para buscar uma melhor compreensão desse assunto.

2.2.3. Estudos Teóricos:

Esta categoria é composta por trabalhos que apresentaram aspectos conceituais acerca do Ensino de Função Exponencial e/ou Logarítmica.

Em Brucki (2011) encontramos um trabalho de pesquisa na categoria dissertação intitulado: “O uso de modelagem no ensino de função exponencial”, apresentou o seguinte **objetivo**: Analisar os efeitos da modelagem no ensino de Função exponencial e a sua relação com modelagem no ensino das progressões geométricas, sua pesquisa foi de natureza qualitativa, desenvolvida por meio da observação participante, sendo os dados coletados a partir de atividades contextualizadas com a utilização de modelos.

Em sua pesquisa teve como referencial teórico concepções de modelagem de Jonei Cerqueira Barbosa e a teoria de aprendizagem de Ausubel.

Brucki (2011) apresenta em sua pesquisa o relato da sua dificuldade para ensinar função exponencial no decorrer da sua trajetória de docência, o que motivou a autora dessa pesquisa a buscar outras formas de despertar nos alunos o interesse no aprendizado de função exponencial

> “Muitos são os conceitos que transitam pela escola, no entanto não significa que eles tenham, de fato, se transformando em conhecimentos construídos.Ao longo da minha história lecionando matemática em escolas públicas, sempre encontrei dificuldade em iniciar, de uma forma mais atrativa aos alunos o conceito de Função exponencial”. (BRUCKI, 2011 p.9)

A metodologia utilizada pela autora foi a pesquisa realizada pelo mesmo em uma escola da rede pública no município de São Bernardo do Campo (SP) com uma série de atividades que foi realizadas em duplas, as atividades foram realizadas seguindo as observações, com a finalidade de analisar quais questões eram levantadas durante o percurso da atividade e quais eram os argumentos e caminhos em relação a obtenção das respostas.

O autor concluiu que a utilização de modelagem matemática como uma metodologia diferenciada de ensino, deve ter alguns cuidados que precisam ser tomados, o que ressaltou a complexidade dessa dessa metodologia, o autor ressalta, a necessidade de reformulação das atividades para atingir os seus objetivos, a escolha de um modelo, mesmo que simples, não é de imediato um fator de motivação para os estudantes, pois a relação de conteúdos matemáticos e a forma com que se irá ensinar deve-se ter a maior clareza e compreensão do conceito de função exponencial.

Em Silva (2012), encontramos um trabalho na categoria dissertação intitulado: “O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na Escola Básica”. A fundamentação teórica do autor para desenvolver a sua pesquisa foram: As teorias dos campos conceituais, proposta por Vergnaud, e a teoria das representações semióticas proposta por Duval. Em ambas as teorias entendo que o autor encontra as condições necessárias e suficientes para justificar as falhas na aprendizagem do conceito de função e em especial o conceito de função exponencial e funções logarítmicas pelos alunos no ensino médio.

O objetivo de Silva (2012) foi fazer uma investigação e análise dos livros didáticos usados nas escolas básicas em relação ao conteúdo abordado de funções exponenciais e logarítmica comparando com as diretrizes nacionais com o objetivo de criar situações possíveis para a aprendizagem do ensino de função .

O autor sugere uma elaboração de uma sequência de atividades para o ensino de funções exponenciais e logarítmicas, como a proposta central da pesquisa, uma vez que esses assuntos são abordados de maneira superficial nas escolas, tendo como consequência a não compreensão dos alunos, o autor sugere ainda , que o professor deve em seu plano pedagógico durante a sua aula despertar a motivação nos alunos, a curiosidade e vontade em aprender os conteúdos matemáticos propostos, sugere ainda que o professor deve buscar problemas com modelagens e propostas didáticas que vão além das sugeridas nos livros didáticos.

Silva (2012) concluiu que as dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão dos conceitos matemáticos relacionados com funções está ligado à forma como esses conteúdos são abordados pelo professor em sala de aula, e como o material utilizado nessas aulas estão disposta em livros didáticos, mas que não garante ser qualitativamente produtivo, pelo contrário, desmotiva e passa a impressão para os alunos de que a matemática é uma disciplina difícil e complicada de entender.

O trabalho de Fonseca (2013), intitulado: “Estudos epistemológicos do conceito de função: uma retrospectiva” que foi apresentado no XI ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), teve objetivo de oferecer um material didático dando possibilidades aos docentes a compreender o contexto epistemológico desse objeto matemático e suas contribuições para o ensino aprendizado da matemática desenvolvendo um modelo matemático.

Fonseca (2013) divide o texto em três grandes eras: Antiguidade, Idade Média e Período Moderno, onde procura destacar as contribuições de vários matemáticos ligados a esses tempos citados para a construção do conceito de função. O texto apresenta quatro perspectivas para o conceito de função:

- A noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente.
- Funções de uma, duas ou *n* variáveis, *n* ϵ IN, estudando suas propriedades, e aplicações na resolução de problemas interdisciplinares
- Na resolução de equações em que as incógnitas são variáveis de funções;
- Nos estudos da lógica matemática onde aparecem funções na forma recursiva.

Fonseca et al (2013, p. 2) afirmam "que o conceito de função nos livros de matemática do Ensino Médio é apresentado sob a forma de uma sentença que relaciona grandezas". O que nos leva a perguntar: "De que forma se deu essa construção do conceito de função?

Na antiguidade, os autores apresentam os conceitos primitivos de função, partindo da noção dada pelos babilônios, relacionando seus métodos de comparação dando origem a forma de correspondência funcional. Também os Egípcios que contribuíram com as noções iniciais de função partindo de suas necessidades cotidianas tais como: a alimentação do gado, a quantidade dos grãos de trigo armazenado, entre outros.

Na Idade Média, apresenta as contribuições, na perspectiva gráfica, do Bispo Nicolau de Oresme (1323-1382), que em suma, Oresme representou por um ponto, cada instante de tempo (ou longitude) numa reta.

No Período Moderno, os autores destacam a significância do conceito de Função relacionada ao Cálculo Algébrico. Partindo da contribuição de François Viète (1540-1603), considerado o maior Matemático Francês do Século XVI. Em seguida, o destaque é dado para René Descartes (1596-1650) filósofo e matemático francês que propôs a utilização de um sistema de eixos para localizar pontos e representar graficamente as equações. Ainda é destacado as contribuições dada por Isaac Newton (1642 - 1727) no conceito de função. Os autores mostram no final que foi Leibniz (1646 – 1716) cujo trabalho foi “O método inverso das tangentes , ou em funções, quem primeiro usou o termo função em 1673.

Os autores concluíram que o uso da história como metodologia de ensino pode contribuir para a eficiência do processo ensino-aprendizagem. O que nos leva a refletir sobre as análises históricas como elemento facilitador nesse processo.

Em Andrade (2012) encontramos uma Tese intitulado: “Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino médio e ensino superior para o caso da noção de função exponencial”. A pesquisa da autora teve como objetivo a caracterização da transição da noção de função exponencial no nível médio para o nível superior de ensino procurando compreender os diferentes processos de estudo e ajuda ao estudo que sobrevivem e como se reconstroem atualmente nessas etapas escolares, de forma que os professores disponham de material para reflexão do aprendizado e de como os docentes podem melhorar tendo o conhecimento prévio de seus alunos. A autora destaca pontos fundamentais de alguns estudos relacionados à transição do Ensino Médio ao Ensino Superior, em particular, daqueles que analisam as práticas e propostas de trabalhos com o objeto função nas etapas escolares citadas.

O referencial teórico apresentado na pesquisa foi “A abordagem sobre a Teoria Antropológica do Didático – TAD. A autora fez uma análises selecionando quatro livros para análises das relações institucionais existentes, dois são livros didáticos avaliados pelo Ministério da Educação e Cultura para o programa Nacional do Livro Didático, um destinado aos professores e estudantes de licenciatura e outro destinado a estudantes dos anos iniciais do Ensino Superior.

Andrade (2012) buscou entender como esses livros citados apresentam a noção do conceito de função exponencial e que tipos de tarefas são oferecidos a esses estudantes com base em uma grade de análise construída para esse fim. Tal análise foi colocada em evidência que nível de conhecimento pode ser esperado dos estudantes que terminal o Ensino Médio e iniciam o Ensino Superior em relação as necessidades considerando a utilização na sala de aula do quadro, manipulação de ostensivos e evocação de não ostensivos em relação a própria noção de função exponencial e outras noções de jogos, levando em consideração a relação institucional que se pode desenvolver por meio dos livros didáticos escolhidos.

A autora aponta uma análise coerente entre as propostas institucionais e as relações pessoais esperadas dos estudantes por meio das avaliações institucionais, tais como, ENEM, UNICAMP e ENADE e que evidenciou a necessidade de um trabalho mais refinado que pode ser desenvolvido pelo professor ou pelo próprio estudante.

2.3 CONSULTA A DISCENTES

Nesta subseção apresentaremos os resultados de uma consulta realizada com discentes de Escola Pública Estadual da cidade de Belém durante o mês de Junho de 2016. Essa amostra foi composta por 100 alunos egressos do 1° ano do Ensino Médio.

Essa consulta teve, como instrumento de produção de informações, um questionário (apêndice A) composta por perguntas fechadas, abertas e relacionadas, dividido em três partes: a primeira parte tratava de informações pessoais, tais como idade, sexo, escolaridade dos responsáveis, hábitos de estudos e afinidade com matemática. A segunda parte do questionário abordou a opinião dos informantes acerca do grau de dificuldade em aprender alguns tópicos da função exponencial e a terceira parte foi composta por 5 questões sobre função exponencial, nos quais os discentes tiveram que resolver da maneira que considerasse conveniente.

Por meio da aplicação do questionário, obtivemos as seguintes informações:

2.3.1. Perfil dos discentes

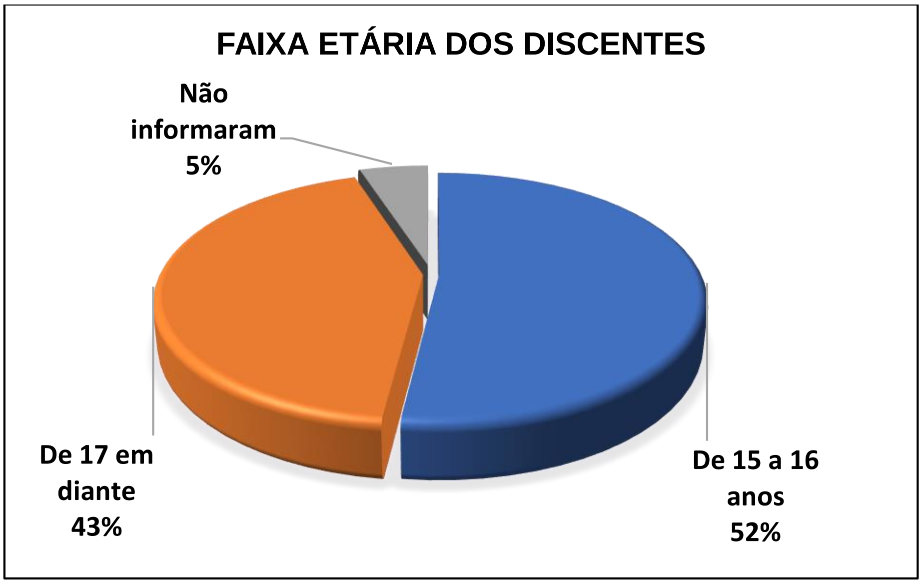
A sistematização das informações obtidas com as questões sobre dados pessoais permitiu concluir que segundo os consultados 52% tinha idade de 15 a 16 anos, 43% tinham a idade cima de 16 anos e 5% não informaram as suas idades, conforme o quadro 1 abaixo, vale ressaltar que eram alunos que cursavam o 2° ano do ensino médio de uma escola pública do município Belém do Pará, e que, portanto, essas idades revelam os pesquisados estão na faixa-etária adequada a série que estudam, já que atualmente os alunos iniciam os seus estudos no ensino básico com 6 anos, e chegam ao 2° ano nessa faixa de 15 a 17 anos.

Quadro 2 – Faixa etária dos discentes

FAIXA ETÁRIA DOS DISCENTES PESQUISADOS	
De 15 a 16 anos	52
De 17 em diante	43
Não informaram	5

Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

O gráfico 1: traz as porcentagens referentes ao quadro 2



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Em relação ao gráfico 1 observamos que 52% tinham entre 15 e 16 anos, 43% apresentavam de 16 anos ou mais, o que há uma diferença significativa quando comparado com a pesquisa feita por Silva (2014) que apresentava 2% dos pesquisados com faixa etária de 14 anos e 19% com 15 anos.

As questões sobre os dados pessoais permitiu ainda concluir que segundo os consultados 85% tem seus pais como responsáveis, 5% são os seus avós, e o restante 10%, outros são os seus responsáveis.

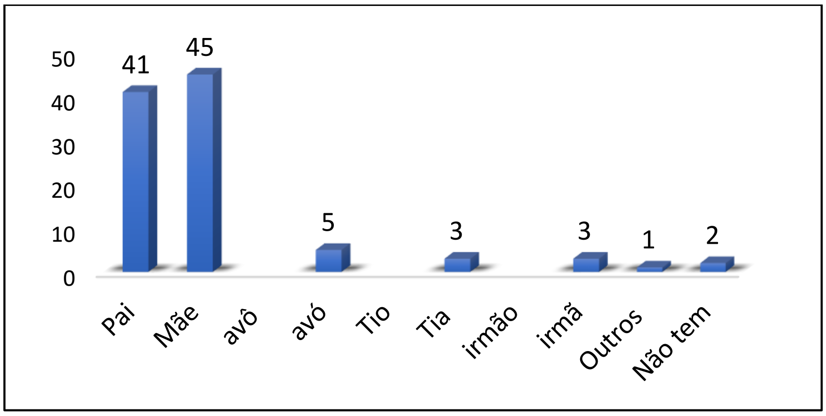
1.3.2. Responsável pelo Discente:

QUADRO 3 : Responsável pelos Discentes

	Frequência absoluta	Frequência relativa
Pai	41	41%
Mãe	45	45%
Avô		
Avó	5	5%
Tio		
Tia	3	3%
Irmão		
Irmã	3	3%
Outros	1	1%
Não tem responsável	2	2%
Total	100	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Gráfico 2: Responsável pelos Discentes



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

A análise feita no gráfico 2, mostra que 45% dos responsáveis são as mães e 41% são os pais o que aponta um resultado próximo com a pesquisa feita por Silva (2014) que apresentava a mãe com 50% de participação como responsável dos discentes e o pai com 42%.

No que concerne ao questionamento sobre escolaridade dos responsáveis pelo grupo investigado identificou-se que a maioria 60% dos responsáveis de sexo masculino não concluiu o ensino médio, enquanto que 54% dos responsáveis de sexo feminino não concluiu o ensino fundamental

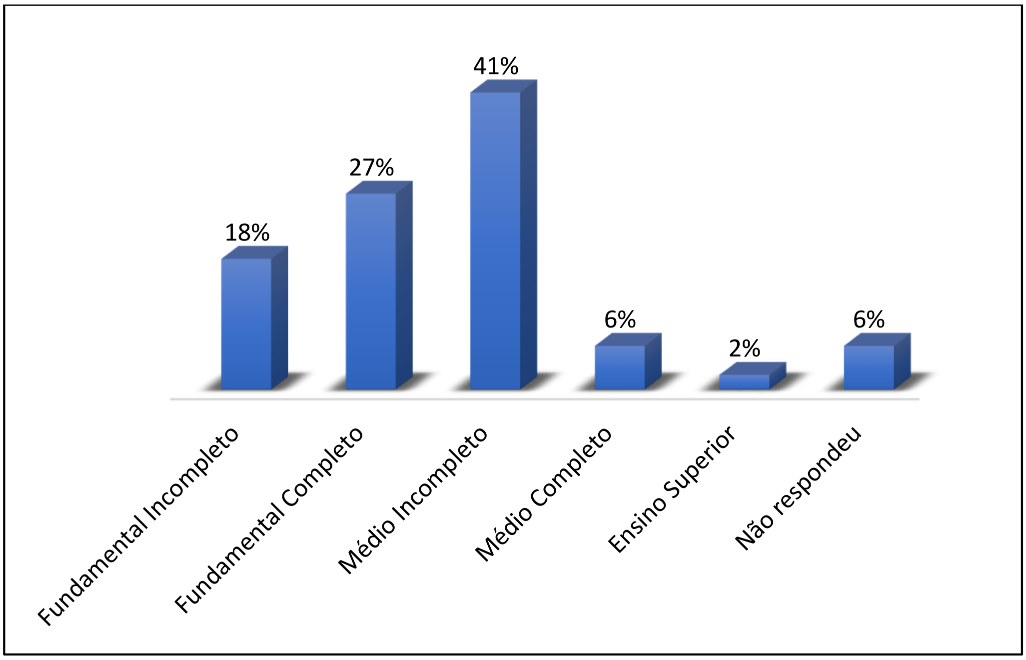
Quadro 4 - Escolaridade dos responsáveis dos discentes consultados

Escolaridade	Frequência absoluta	Frequência relativa
Fundamental Incompleto	18	18%
Fundamental Completo	27	27%
Médio Incompleto	41	41%
Médio Completo	6	6%
Ensino Superior	2	2%
Não respondeu	6	6%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

O quadro 4 gerou o gráfico 3

Gráfico 3: Escolaridade do Responsável



Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Quando questionado sobre em qual tipo de escola os alunos entrevistados estudaram o ensino fundamental concluímos que 60% estudou em rede estadual de ensino, 30% na rede municipal, e o restante 10%, na rede particular. Ao se questionar sobre a ocupação dos alunos, foi possível constatar que do total de alunos investigados 90% não tem ocupação remunerada, ou seja, não trabalham. Quando questionados sobre ocupações em alguns cursos fora do seu ambiente escolar, percebemos pelos investigados que 40% deles fazem algum tipo de curso paralelo ao escolar em outros horários, enquanto que o restante não fazem nem um tipo de curso.

Quando perguntamos sobre quantos dos investigados estava repetindo a série (2° ano) , apenas 10% disseram sim, os restantes disseram, não. Ao serem questionados sobre a dificuldades que eles apresentam no que diz respeito ao aprendizado na disciplina matemática, os resultados foram o seguintes, 60% disseram ter muita dificuldades para aprender matemática, 30% disseram ter dificuldades, e os outros 10% disseram ter facilidade para absorver bem a disciplina. No tocante quanto a distração nas aulas de matemática, 30% disseram prestar muita atenção nas aulas de matemática, 40% disseram prestar pouca atenção, e os outros 30% disseram dar toda atenção às aulas de matemática.

Quando perguntou-se se o aluno tem costume de estudar matemática fora do ambiente escolar, os resultados indicaram que 30% disseram que só estudam em período de prova, 60% estudam somente na véspera da prova, 5% revelaram estudar só nos finais de semana, e os outros 5% disseram estudar alguns dias da semana. No que concerne ao questionamento sobre quem prestava algum tipo de ajuda nas tarefas extraclasse de matemática, 10% disseram ter ajuda de professor particular, 10% disseram ter ajuda de pai ou mãe, 5% revelaram ter ajuda de amigos, outros 75% indicaram que não tem ajuda de ninguém nas tarefas de matemática extraclasse.

Quando perguntamos aos investigados quanto a definição de função exponencial, quantos lembravam da definição de função exponencial, o quadro abaixo revela o resultado obtido na pesquisa.

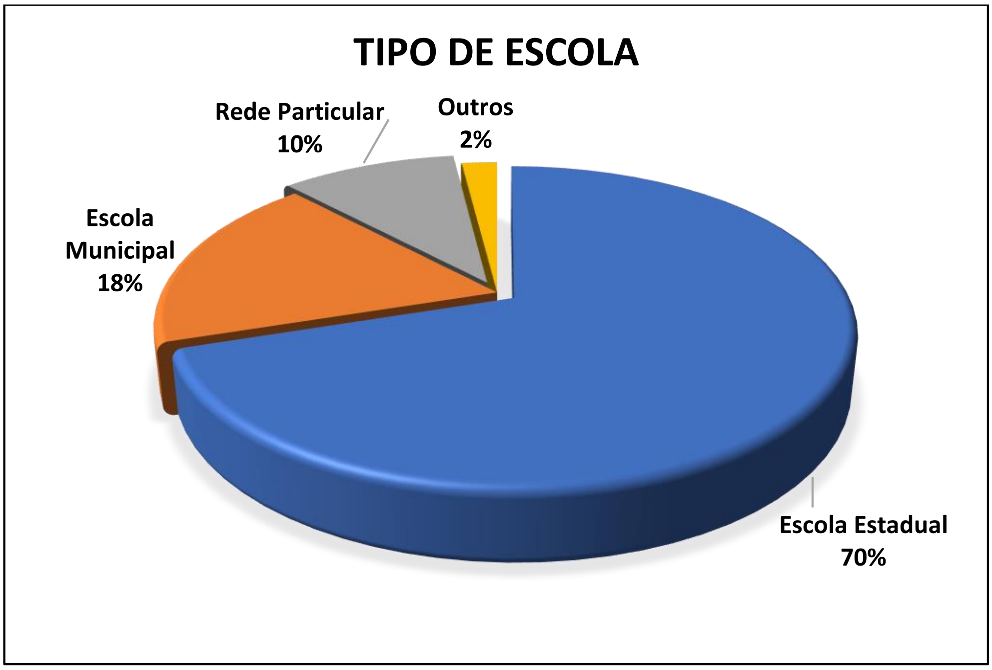
Quadro 5 – Que tipo de Escola os Discentes estudaram o Ensino Fundamental

Estudou o Ensino Fundamental	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Escola Estadual	**70**	**70%**
Escola Municipal	**18**	**18%**
Rede particular de Ensino	**10**	**10%**
Outra	**2**	**2%**

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Na análise do quadro 5, vemos que 70% dos pesquisados frequentaram Escola Estadual, 18% em Escola Municipal e apenas 10% passaram por Escolas Particulares, o que apresenta também uma certa regularidade quando comparado com a pesquisa de Silva (2014) que apresentou 78% dos entrevistados eram de Escolas Estaduais.

O gráfico 4 - mostra como ficou a distribuição do quadro 5



Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Quando tratamos de trabalhos remunerados, os alunos informaram que 10% trabalham, 74% não exercem qualquer tipo de trabalho remunerativo e 16% esporadicamente tem algum tipo de remuneração

O quadro 3, assim como o gráfico 4, demonstra os cursos que os alunos fazem nos horários livres da escola, sendo que 30% não responderam a essa pergunta, 29% não declararam que tipo de atividades fazem fora da escola, 24% declararam fazer curso de informática e 17% fazem uma língua estrangeira.

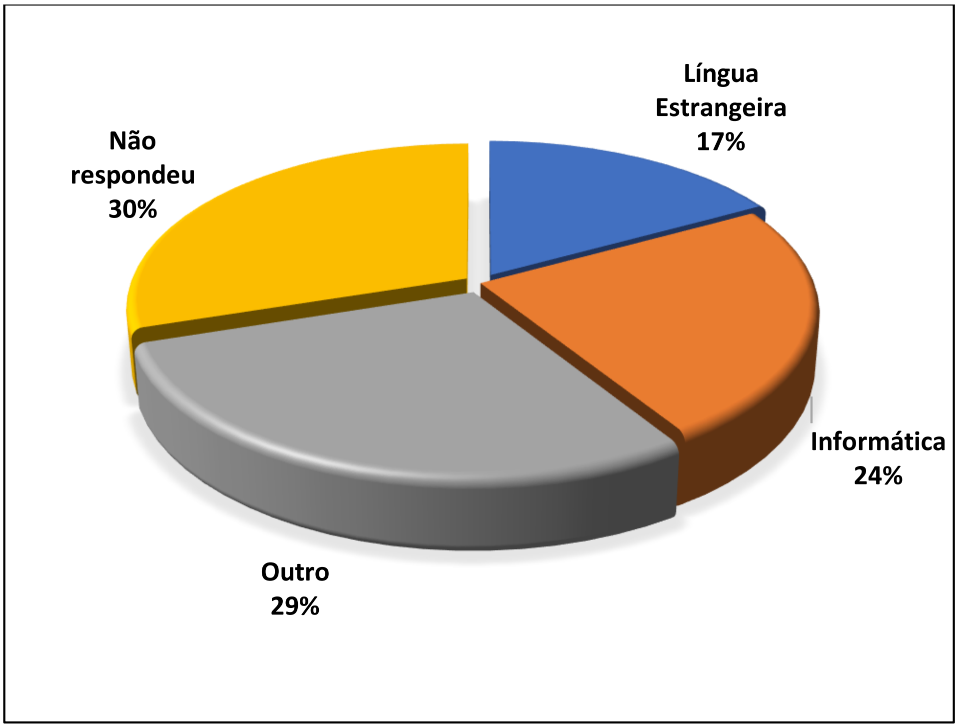
Quadro 6 – Cursos Extracurriculares

	Frequência relativa	**Frequência absoluta**
Língua estrangeira	**17**	**17%**
Informática	**24**	**24%**
Outro	**29**	**29%**
Não respondeu	**30**	**30%**

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

O quadro 6 gerou o gráfico 5

Gráfico 5: Curso Extracurriculares dos Discentes



Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Observamos que 41% fizeram cursos extracurriculares, enquanto que na pesquisa de Silva (2014) 45% não tinham nenhum curso extracurriculares.

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Em relação a afinidade com a Matemática, o quadro 7 mostra que os alunos, em geral, gostam pouco ou não gostam de Matemática.

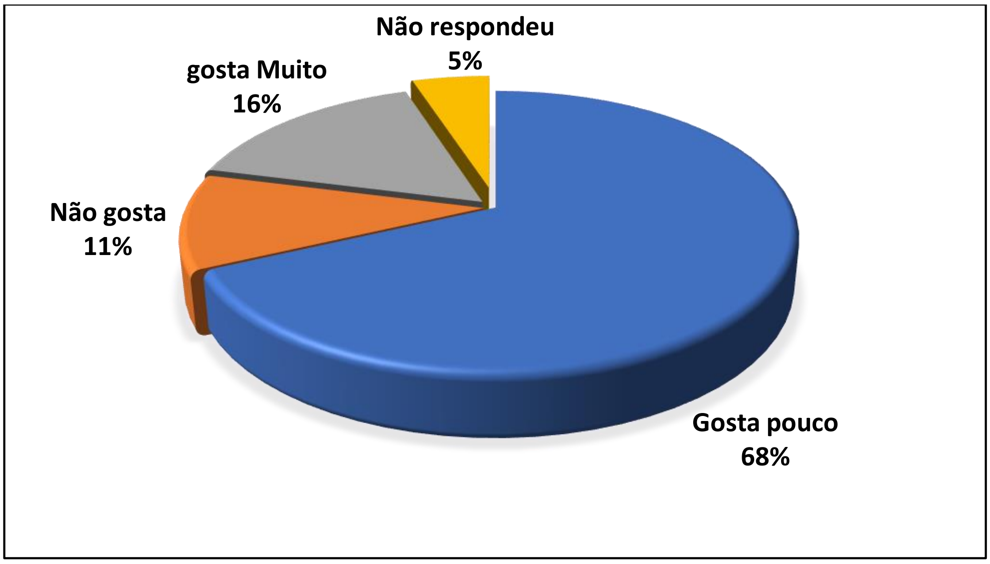
Quadro 7 – Gosto pela Matemática (Discentes)

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Gosta Pouco	**68**	**68%**
Não Gosta	**11**	**11%**
Gosta Muito	**16**	**16%**

Não Respondeu	**5**	**5%**
Total	**100**	**100%**

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Gráfico 6: Gosto pela matemática segundo os Discentes



Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

O gráfico 6 demonstra que 79% dos alunos participantes dessa consulta gosta pouco ou não gosta de Matemática, esse resultado, está próximo do trabalho realizado por Silva (2014) onde ficou em 70% dos consultados disseram gostar pouco de matemática, já o trabalho realizado por Santos (2012) mostra uma disparidade do que encontramos, pois neste trabalho, 14% somente disseram gostar pouco de matemática e 85% da sua pesquisa disseram gostar muito de matemática. No trabalho de Gomes (2013) encontramos um resultado parecido com desta pesquisa, onde 62% disseram gostar pouco de matemática.

Escolhemos o trabalho de Silva (2014) que fez uma consulta aos discentes do Ensino Médio da capital paraense no que se refere a afinidade com a referida disciplina para fazermos uma comparação e verificar se houve alguma evolução na categoria afinidade em Matemática.

Observamos de acordo com o gráfico 6, que os alunos continuam demonstrando pouco ou nenhum gosto pela matemática, pois quando comparamos os gráficos 4 e o gráfico 6 os índices (em %) estão bem próximos.

Quando abordamos o grau de dificuldade para aprender Matemática, 65% (65 alunos) declararam que sentem um pouco de dificuldade para aprender matemática, 21% afirmaram ter muita dificuldade e 14% afirmaram ter facilidade em aprender matemática.

Ao perguntarmos sobre distração durante as aulas de matemática, 12 alunos (12%) afirmaram que se distraem totalmente, 43% declararam que se concentram nas aulas e outros 45% que se concentram parcialmente.

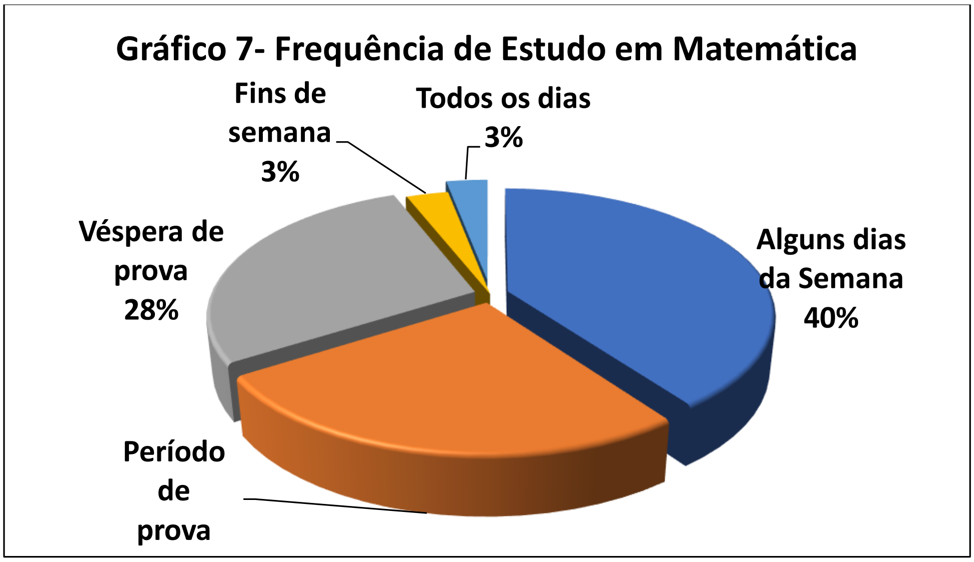
Perguntamos sobre o hábito de estudo em Matemática fora da escola, dos 100 alunos informantes, 40 declararam que estudam alguns dias da semana, 26 informaram estudar somente no período de provas, 28 disseram estudar nas vésperas de prova, e 3 estudam somente nos fins de semana e outros 3 disseram estudar todos os dias, como mostra a quadro 8 e o gráfico 7.

Quadro 8: Frequência de estudos em matemática segundo os Discentes

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Alguns dias da Semana	**40**	**40%**
Período de Prova	**26**	**26%**
Véspera de Provas	**28**	**28%**
Fins de Semana	**3**	**3%**
Todos os dias	**3**	**3%**
Total	**100**	**100%**

Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

O quadro 8 gerou o gráfico 7



Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Conforme o gráfico 7, 26% estudam em período próximo das provas, o que difere da pesquisa de Silva (2014) onde revelou na sua pesquisa que 42% estudam em período de provas bimestrais que acontecem nas escolas, 28% estudam em período véspera de provas, o que pode ocasionar um baixo rendimento nas atividades fora desse período, o que ocorreu na terceira parte desse questionário com 5 questões sobre assunto em investigação. Esse resultado fica um pouco distante quando comparado com a pesquisa de Silva (2012) onde os alunos informaram na sua pesquisa que 42% estudam só no período de prova, mas quando comparamos com aqueles que disseram estudar somente nas vésperas de prova temos que os índices estão bem próximos nas duas pesquisas, outro dado muito semelhante foram os alunos que afirmaram estudar somente nos fins de semana, enquanto que na nossa pesquisa tivemos 3%, naquele tiveram 4%.

Em relação à ajuda nas tarefas de casa em Matemática, o quadro 9 e o gráfico 8, mostram que a maioria dos alunos não tem auxílio em casa referente a matemática, o que nos indica a necessidade de aprimorar as aulas, estabelecendo cuidado com a didática e metodologia utilizada em sala de aula, já que a ajuda profissional (professor particular) equivale a somente 8%

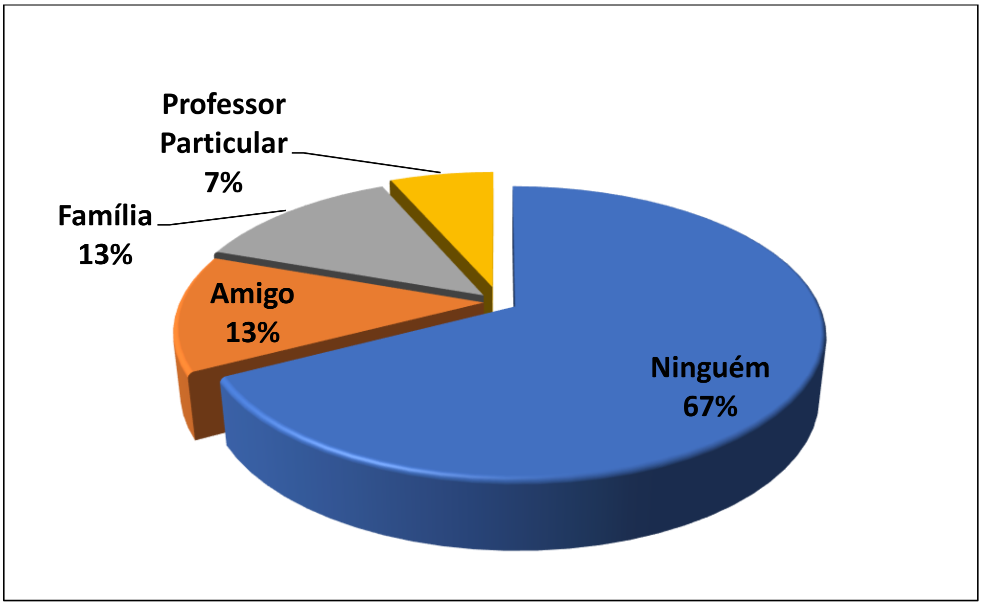
Quadro 9 : Auxílio nas tarefas de casa segundo Discentes

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Ninguém	**62**	**62%**
Amigo	**12**	**12%**
Família	**12**	**12%**
Professor Particular	**6**	**6%**
Total	**100**	**100%**

Fonte Pesquisa de Campo (2016)

O quadro 9 gerou o gráfico 8

Gráfico 8 : Auxílio nas tarefas de casa segundo Discentes



Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Quando foram interrogados sobre a maneira que o professor ministra as suas aulas, de acordo com o quadro 10 e o gráfico 9, os alunos informaram que 60% (60 informantes) iniciam suas aulas pela definição seguida de exemplos e exercícios, enquanto que 21% informaram que as suas começam por uma situação problema e depois introduz o assunto, apenas 2% disseram que o professor fazem um experimento para chegar ao conceito e por último, 14% disseram na consulta que 14% começam com a história do assunto.

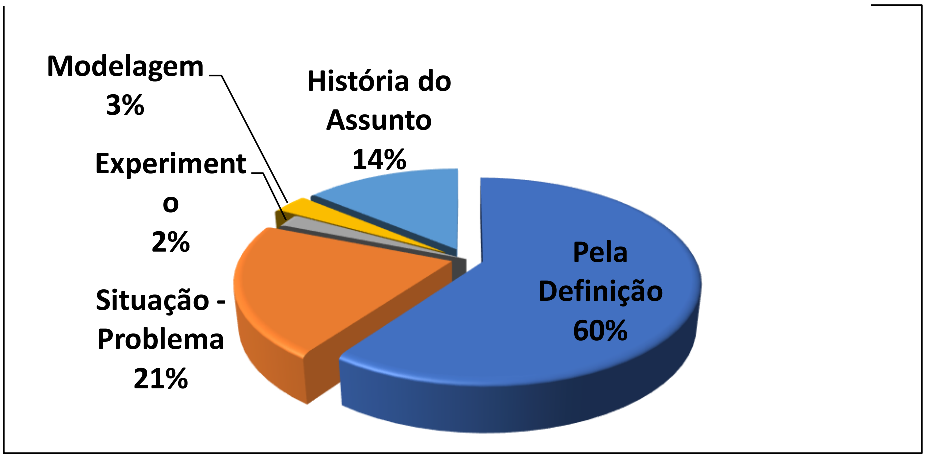
Quadro 10: Abordagem do conteúdo de matemática conforme os Discentes

	Frequência absoluta	Frequência Relativa
Pela Definição	**60**	**60%**
Situação – Problema	**21**	**21%**
Experimento	**2**	**2%**
Modelagem	**3**	**3%**
História do Assunto	**14**	**14%**
Não Responderam		
Total	**100**	**100%**

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

O quadro 10 gerou o gráfico 9

Gráfico 9: Abordagem dos conteúdos de matemática conforme os Discentes



Quando comparamos os trabalhos de Silva (2014), vemos que a maioria 58% dos

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

informantes disseram que os professores iniciam a aula pela definição, portanto não há uma mudança significativa, já que ao longo dos últimos quatro anos os índices indicativos de que as aulas continuam no modelo tradicional que são as aulas que iniciam pela definição seguida de exemplo.

Observamos também que as aulas que começam por situações-problemas para introduzir o assunto é o segundo índice maior na nossa pesquisa, mas que se assemelha com o resultado de Silva (2014) que foram 19%.

Quando observamos a variável história da matemática tivemos 14% como resultado dos que iniciam as aulas usando essa metodologia. Mendes et al (2005) sugeriram, em seus trabalhos, que é relevante quando começamos o assunto pela história da matemática como instrumento metodológico ao ensino da matemática, uma vez que favorece a aprendizagem levando o aluno a entender o porquê, que são presentes em sala de aula

> A história pode ser nossa grande aliada quanto à explicação desses porquês, desde que possamos incorporar às atividades de ensino-aprendizagem aspectos históricos necessários a solução desse obstáculo. Tais informações devem certamente passar por adaptações pedagógicas que, conforme os objetivos almejados, devem se configurar em atividades a serem desenvolvidas em sala de aula ou fora dela (extraclasse), (Mendes et al, 2005, p. 53)

2.3.3. Avaliação discente acerca de sua aprendizagem em função exponencial

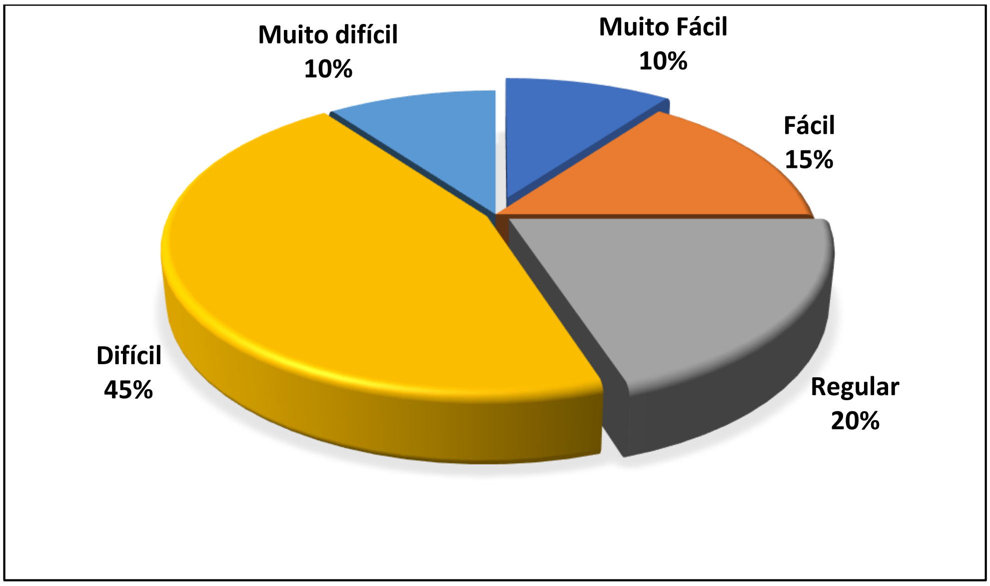
A segunda parte do questionário é composto por 10 itens que compreende os conteúdos mínimos para compreensão da Função Exponencial voltada para a educação básica.

Quando questionados sobre lembrarem da definição de função exponencial e logarítmica os resultados foram o seguinte: 32% responderam lembrar dos assuntos citados, enquanto que os outros 68% disseram não lembrar desses assuntos. Concernente ao conteúdo e propriedades de exponencial e logarítmico 20% responderam que lembravam, e os outros 80% disseram não lembrar dos conteúdos e propriedades. Quanto ao estudo dos gráficos das funções exponenciais e logarítmicas, 18% disseram lembrar do assunto e os outros 82% afirmaram não lembrar.

Perguntou-se aos alunos sobre analisar o gráfico das funções exponenciais e logarítmicas obteve-se o seguinte resultado, 15% disseram saber interpretar o gráfico e o restante não lembravam do gráfico das funções exponenciais e logarítmicas.

Foram obtidas informações por meio dos depoimentos dos alunos relativos a avaliação que eles tinham sobre o ensino de função exponencial e logarítmica quanto a sua facilidade ou dificuldade declarando com poucas palavras seus sentimentos: Muito fácil, Fácil, Regular, Difícil ou Muito difícil, obtemos o gráfico abaixo:

Gráfico 10: Grau de dificuldade de aprendizagem segundo os discentes



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Vemos, portanto, que 10% afirmam que o ensino aprendizado de funções exponenciais e logarítmicas é muito difícil, 10% afirmam que é fácil 40% dizem ser difícil, e os outros 40% afirmam ser regular, quanto ao muito fácil não houve manifestação.

QUADRO 11 – Estudo sistemático da função exponencial conforme os discentes

	LEMBRA DE TER ESTUDADO

	SIM	%	NÃO	%
1.1-Definição da função exponencial	70	70%	30	30%
1.2-Gráfico da Função Exponencial	70	70%	30	30%
1.3-Domínínio e Imagem da Função Exponencial	45	45%	55	55%
1.4-Equação do tipo $\mathbf{2^x = 64}$	65	65%	35	35%
1.5-Equação do tipo $\mathbf{2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x-3} = 128}$	57	57%	43	43%
1.6-Equação do tipo $\mathbf{4^{2x} + 5.4^x + 6 = 0}$	58	58%	42	42%
1.7-Situações-problemas em que é fornecida a função, e lhe é pedido o registro gráfico	28	28%	72	72%
1.8-Situações-problemas em que é fornecido o gráfico, e lhe é pedido o registro algébrico	58	58%	42	42%
1.9-Situação-problema em que são fornecidos variáveis para que seja construído os registros algébricos e gráficos	40	40%	60	60%

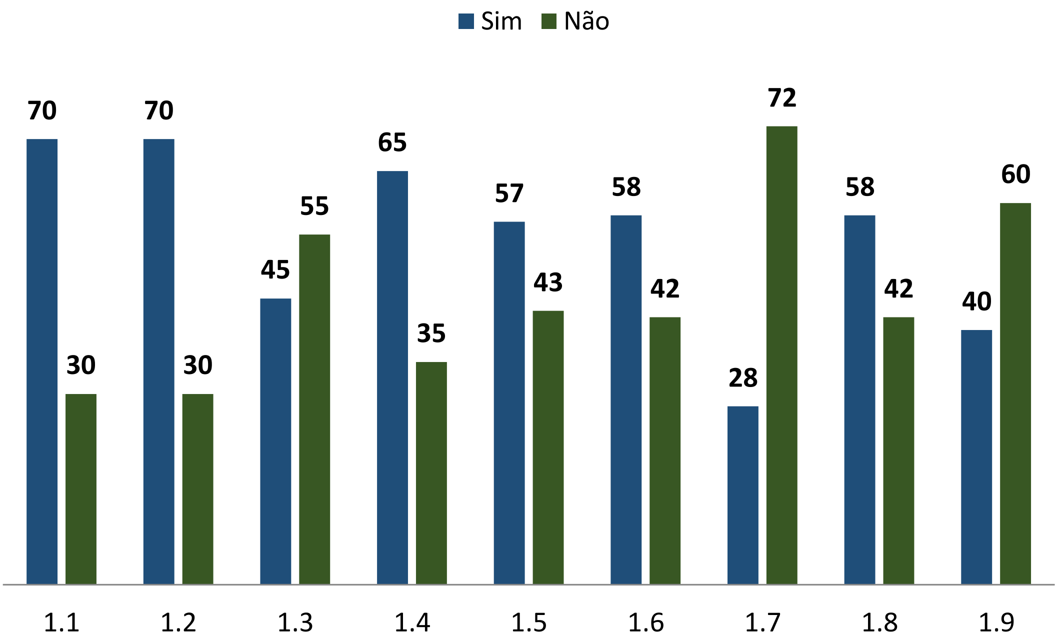
Fonte: Pesquisa de campo (2016)

A pesquisa revelou que embora 70% dos alunos revelam ter lembrado a definição de função exponencial tal como o gráfico da função, chama atenção dos mesmos não lembrarem de como se constitui o domínio e a imagem, pois pelo gráfico fica mais evidente e claro o comportamento da função no tocante a parte de domínio e imagem. Vemos também que quando se trata da equação exponencial, o percentual cai, pois 65% declararam lembrar desse estilo de equação o que é preocupante, pois trabalhar potenciação, que é a base das equações exponenciais, são vistos ainda no 9° ano do Ensino Fundamental II, oque facilita a visão do aluno sobre um comportamento exponencial.

A medida que buscamos conhecer um pouco mais sobre o conhecimento na parte que envolve os problemas relacionados a um comportamento exponencial, esse número cai mais ainda, pois somente 28% revelaram lembrar desse tipo de assunto, não podemos, de algum modo, concluir se o docente trabalhou os problemas com comportamento exponencial, pois no Gráfico 5, temos a informação dos discentes que apenas 8% dos docentes iniciam o estudo da Função Exponencial por uma situação problema, ou pode ser que o docente veja essa situação no decorrer das aulas.

O gráfico11 - mostra as porcentagens referentes aos itens do Quadro 4, no qual aponta que um pouco mais da metade declararam lembrar de ter estudado equação exponencial.

Gráfico 11: Estudo do Bloco 1 conforme os Discentes em %



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Consideraremos que as iniciais MF (Muito Fácil), F (Fácil), R (Regular), D (Difícil) e MD (Muito Difícil) serão utilizados para todos os quadros dessa natureza conforme o quadro 5.

QUADRO 12 – Grau de dificuldade para aprender conforme os discentes

	MF	F	R	D	MD	NR	TOTAL
1.1- Definição da Função Exponencial	16	4	45	12	13	10	100
1.2- Gráfico da Função Exponencial	5	16	34	17	25	3	100
1.3- Domínio e Imagem	4	9	35	20	30	2	100

1.4- Equação do tipo $2^x = 64$	**8**	**20**	**30**	**25**	**16**	**1**	**100**
1.5- Equação do tipo $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x-3} = 128$	**5**	**10**	**30**	**20**	**30**	**5**	**100**
1.6- Equação do tipo $4^{2x} + 5.4^x + 6 = 0$	**2**	**15**	**30**	**20**	**31**	**2**	**100**
1.7- Situações-problema em que é fornecida a função e é pedido o gráfico	**1**	**5**	**30**	**35**	**28**	**1**	**100**
1.8- Situações-problemas em que é fornecido o gráfico e pede o registro algébrico	**3**	**5**	**25**	**20**	**45**	**2**	**100**
1.9 – Situações problemas em que são fornecidos as variáveis para construir o gráfico e os registros algébricos	**1**	**2**	**40**	**35**	**21**	**1**	**100**

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

De acordo com o quadro 5 e o gráfico 10, embora 16% revelaram ser muito fácil a definição de Função Exponencial, tivemos 25% dos declarantes que acharam a definição difícil ou muito difícil, o que nos permiti concluir que se a definição é difícil ou muito difícil, então o processo de ensino aprendizagem fica comprometida uma vez que a definição do assunto não ficou bem compreendido, observamos que no decorrer do processo do assunto a medida que vai aprofundando o percentual vai caindo, observamos que a medida que as equações ficam um pouco mais exigente de habilidades matemáticas o percentual fica menor, como mostra o gráfico 10 referente ao quadro 5, apenas 5% acham a equação do tipo $2^x = 64$ muito fácil, e quanto avaliamos a equação do tipo $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x-3} = 128$ esse percentual fica em torno de 2% apenas.

A sistematização dos resultados referentes a resolução das questões propostas está expresso no quadro abaixo:

1.3.3. Dados sobre o resultado do teste em função exponencial

A terceira parte do questionário foi composto por um teste com 5 questões todas objetivas, tais questões foram problemas de Matemática retirada de um trabalho de dissertação realizado por Silva (2014).O quadro abaixo demonstra como foi o resultado dos alunos e em seguida temos uma avaliação qualitativa desse resultado.

Quadro 13: Resultado do teste diagnóstico

Questao	Acerto	Erro	Não responderam	Em branco
1ª	10	68	22	0
2ª	10	40	20	30
3ª	5	40	5	50
4ª	20	80	-	-
5ª	13	53	34	-

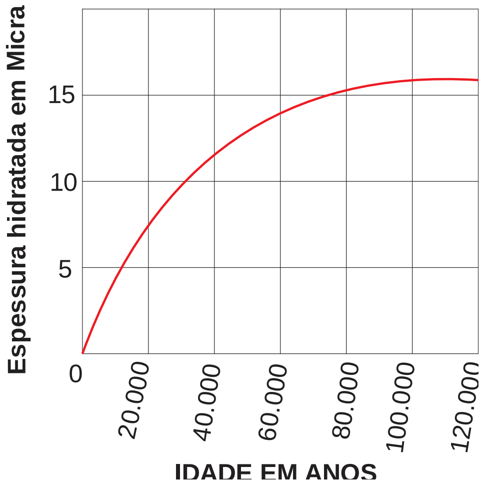
Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Questão 1

A Obsidiana é uma pedra de origem vulcânica que, em contato com a umidade do ar, fixa água em sua superfície formando uma camada hidratada. A espessura da camada hidratada aumenta de acordo com o tempo de permanência no ar, propriedade que pode ser utilizada para medir a idade. O gráfico abaixo mostra como varia a espessura da camada hidratada em microns (1 micron = 1 milésimo de milímetro) em função da idade da obsidiana.

Com Base no gráfico, pode-se concluir que a espessura da camada hidratada de uma obsidiana

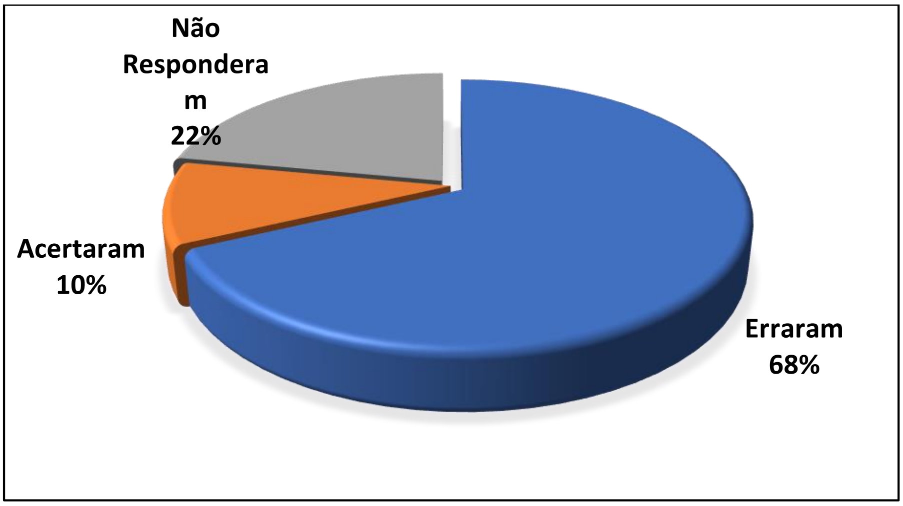
a) É diretamente proporcional a sua idade
b) Dobra a cada 10.000 anos
c) Aumenta mais rapidamente quando a pedra é mais jovem
d) Aumenta mais rapidamente quando a pedra é mais velha
e) A partir de 100.000 anos não aumenta mais



Quadro 14- Reconhecer e Interpretar valores no gráfico		
	Frequência absoluta	**Frequência relativa**
Erraram	**68**	**68%**
Acertaram	**10**	**10%**
Não responderam	**22**	**22%**

Fonte pesquisa de campo – 2016

O gráfico12 é relativo aos dados do Quadro -14



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Conforme os resultados obtidos do questionário quando afirmaram que 68% disseram não lembrar do assunto acompanhado dos 40% terem afirmado que o assunto funções exponenciais e logarítmicas são difíceis, então era de se esperar que 68% erraram o problema, outros 22% deixaram o problema em branco, e apenas 10% acertaram o problema.

Ainda observamos que o problema expõe um gráfico onde os alunos teriam que fazer uma leitura exigindo de cada um deles habilidade em fazer uma relação entre duas variáveis , coordenadas y (espessura da obsidiana) em relação as coordenadas x (o tempo que se levou para ganhar a espessura). O uso da ideia de função partiu da concepção de funcionalidade, sempre presentes nas tabelas e gráficos formuladas por astrônomos babilônios ou também em formas geométricas.

Para (REGO ,2000), O conceito de função tornou-se independente da idéia de expressão algébrica enquanto se estuda a necessidade de serem estabelecidas diferentes classes de funções. Segundo Kleiner, Dirichlet afirmou, em 1837:

> Y é uma função de uma vriável x, definida no intervalo a < x < b, se para cada valor da variável x, nesse intervalo, corresponde um valor definido da variável y, sendo irrelevante o modo como esta correspondência é estabelecida. (KLEINER, 1989, p. 291. Apud REGO, 2000).

Questão 2

A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei $y = 1000.(0{,}9)^x$. O número de unidades produzidas no segundo ano desse período recessivo foi de:

a) 900
b) 1000
c) 180
d) 810
e) 90

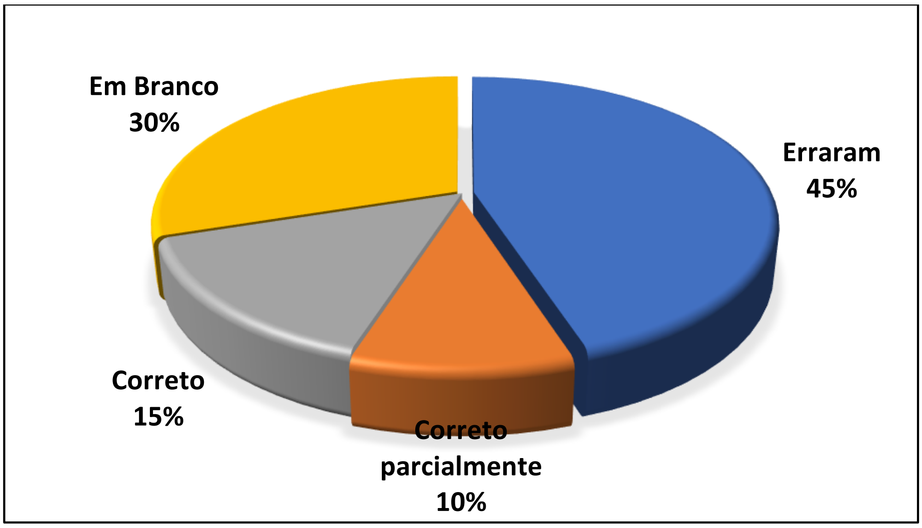
Quadro 15: Desempenho dos alunos na solução do problema

Erraram	**45**
Correto parcialmente	10
Correto	15
Em Branco	30

O quadro 15 gerou o gráfico 13

A tabela abaixo mostra como foi o desempenho dos alunos para solucionar um problema envolvendo propriedades e conhecimento de função exponencial

Gráfico 13: Desempenho dos alunos no solução do problema



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Vemos que 30% dos alunos deixaram o problema em branco, 45% erraram o problema, 10% acertaram parcialmente e apenas 15% chegaram a solucionar de maneira correta o problema. Percebemos durante a correção que muitos alunos tinham dificuldade para trabalhar com a matemática básica do tipo, adição subtração, e portanto não souberam desenvolver a potenciação que é a base da função exponencial. Em (D'AMBRÓSIO, 1989, p.15) vemos que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa parao quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor, mas não apresenta outro mecanismo ou metodologia para desenvolver ou despertar no educando o auto aprendizado da matemática iniciais.

Questão 3

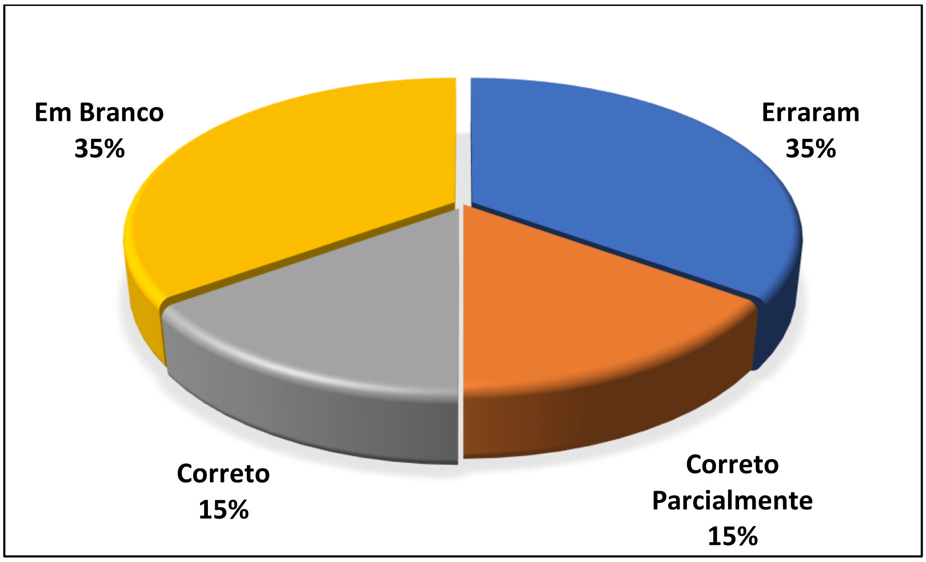
Em quantos anos 500g de uma substância radioativa que se desintegra a uma taxa de 3% ao ano, se reduzirão a 100g ? Use $Q = Q_o . e^{-r.t}$, em que Q é a massa da substância, r é a taxa e t é o tempo em anos.

Quadro 16: Desempenho dos alunos na solução do problema

Erraram	35
Correto Parcialmente	**15**
Correto	**15**
Em Branco	**35**

O quadro 16 gerou o gráfico 14

Gráfico 14: Desempenho dos alunos na solução do problema



Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Percebemos que os resultados na atividade 3 somente 15% dos alunos que foram submetidos ao teste apresentaram a solução de modo correto. Em (MACHADO 2002) levanta e propõe que a metodologia do docente tem relação direta com o trabalho docente realizado em sala de aula.

Questão 4

Seja a Função Exponencial $f(x) = a^x$. É correto afirmar que:

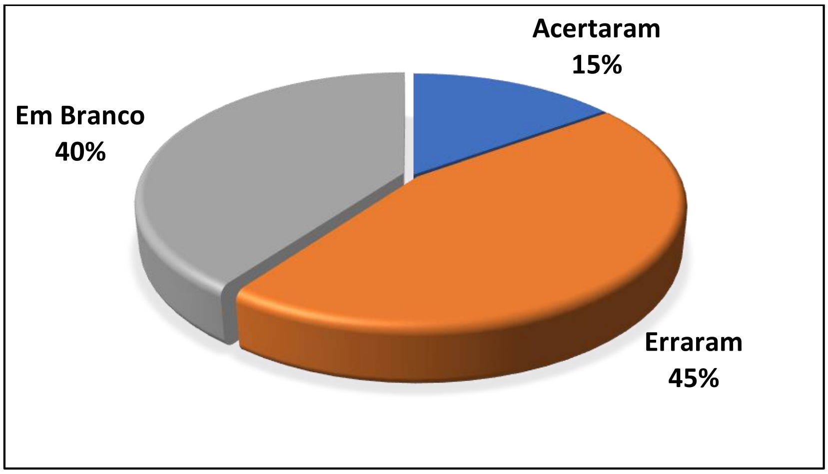
a) Ela é crescente se x>0
b) Ela é crescente se *a*>0
c) Ela é crescente se *a*>1
d) Ela é crescente se *a*≠1
e) Ela é crescente se 0< x <1

Quadro 17: Desempenho dos alunos na solução do problema

Acertaram	15
Erraram	**45**
Em Branco	**40**

O Quadro 17 gerou o gráfico 15.

Gráfico 15: Desempenho dos alunos na solução do problema



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

A atividade 4 apenas aborda as primeiras idéias de função exponencial, e observamos que 20% apenas tem o conhecimento básico de função exponencial, enquanto que a maioria 80% , não tem o conhecimento básico do assunto.

Questão 5

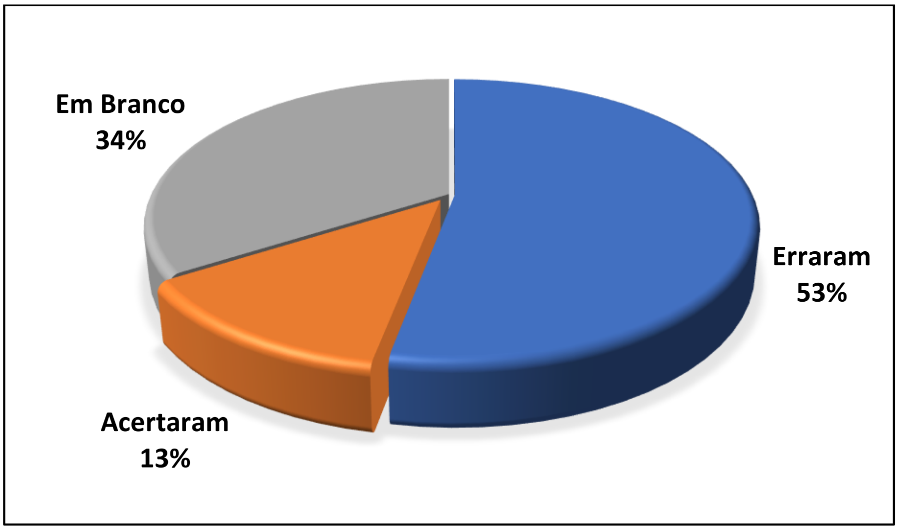
Num período prolongado de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função $Q(t) = Q_o \,.\, (-0{,}1)^t$ sendo Q_o a quantidade inicial de água no reservatório e $Q(t)$ a quantidade de água no reservatório após t meses. Em quantos meses a quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade do que era no início ?

a) 5 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

Quadro 18: Desempenho dos alunos na solução do problema

Erraram	53
Acertaram	**13**
Não responderam	**34**

Gráfico 16: Desempenho dos alunos na solução do problema



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

1.3.4. O ENSINO APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS SEGUNDO PROFESSORES:

A consulta aos docentes compreendeu a última etapa realizada para compor a fase de análises prévias dessa pesquisa e aconteceu no período de Agosto de 2017 a Dezembro do mesmo ano com os professores de matemática da rede Estadual de Ensino do Estado do Pará. Os participantes desse processo foram 25 professores que ministram aula de matemática todos do município de Belém. A produção das informações das informações foi realizada por meio de um questionário contendo informações sobre formação inicial e continuada e prática docente em sala de aula sobre o Ensino de Funções Exponenciais.

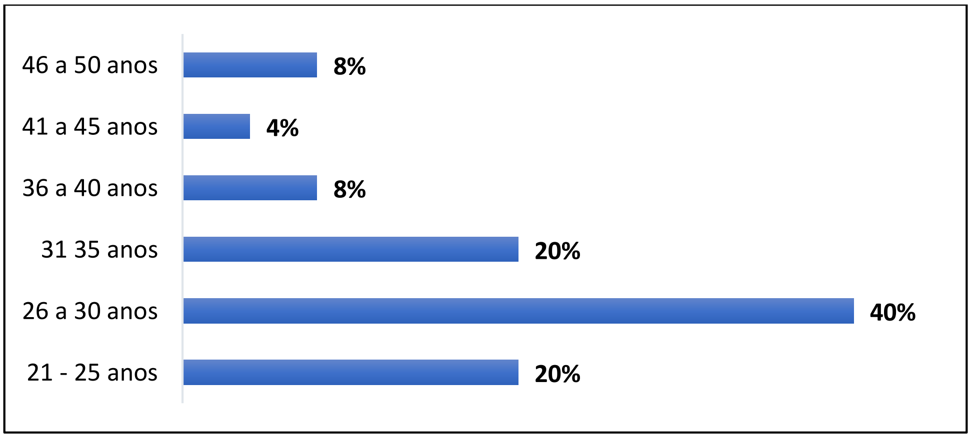
No primeiro momento o questionário continha informações sobre sexo, idade, tempo de serviço e escola onde atuavam. No segundo momento tratava-se sobre ensino aprendizagem das Funções Exponenciais. A seguir serão apresentados os resultados das informações obtidas pelo questionário.

Com relação a faixa etária dos professores pesquisados.

Quadro 19: Faixa etária dos professores de matemática

21 - 25 anos	20%
26 a 30 anos	**40%**
31 35 anos	**20%**
36 a 40 anos	**8%**
41 a 45 anos	**4%**
46 a 50 anos	**8%**

Gráfico 17: Faixa Etária dos professores de Matemática



Fonte: pesquisa de campo (2016)

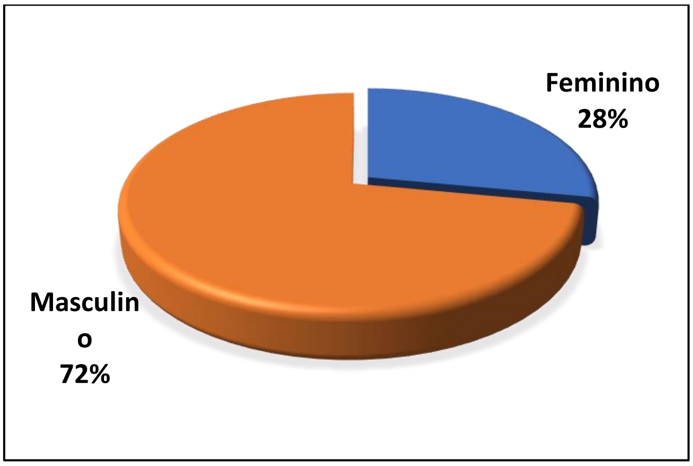
Na pesquisa temos que 40% dos entrevistados tem idade entre 26 a 30 anos, enquanto que 4% tem entre 41 e 45 anos. Este resultado é diferente da pesquisa de Silva (2012) que numa pesquisa realizada com 100 professores sobre o ensino de funções exponenciais e logarítmicas, 24% dos entrevistados estavam entre 31 e 35 anos.

Quanto ao sexo dos Docentes.

Quadro 20: Sexo dos Docentes

Feminino	28%
Masculino	**72%**

Gráfico 18: Sexo dos Docentes



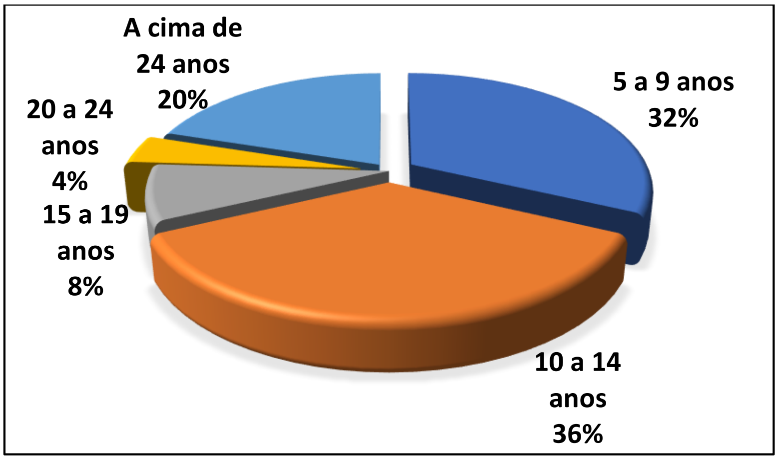
Dos professores pesquisados em nossa amostra percebe-se o predomínio do sexo masculino, ou seja, 72% do sexo maculino contra 28% do sexo feminino.

Quanto ao tempo de serviço.

Quadro 21: Tempo de serviço do Docente

5 a 9 anos	**32%**
10 a 14 anos	36%
15 a 19 anos	8%
20 a 24 anos	4%
A cima de 24 anos	20%

Gráfico 19: Tempo de serviço do Docente



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Sobre o tempo, 32% tinham de 5 a 9 anos de serviço e 20% já tinham a cima de 24 anos de serviço, portato podemos considerar que a maioria tinha uma experiência em sala de aula. Na pesquisa de silva (2012) 14% possui entre 21 a 25 anos de experiência em sala de aula. Como predomina nessa avaliação professores com menos tempo de serviço, entendemos que a maioria tem uma inserção recente no mercado de trabalho conforme Silva (2012).

> Então uma maior taxa de professores, segundo as amostras, possui pouco tempo no ensino fundamental o que pode indicar uma inserção recente no mercado de trabalho, e no ensino médio, de acordo com a amostra de professores participantes, poucos apresentam o mesmo período, que compreende de 1 a 5 anos, denotando que uma pequena parcela pode possuir uma inserção recente no mercado de trabalho. (SILAVA, 2012 p. 61)

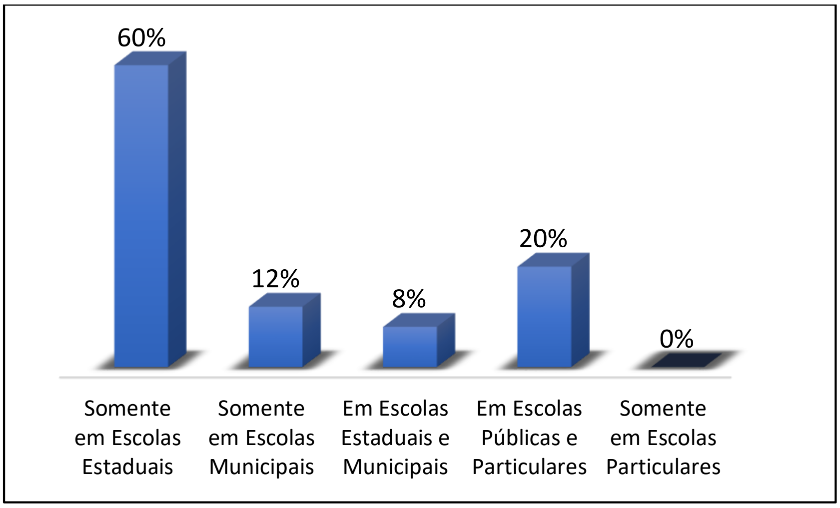
Quanto às instituições nas quais os professores trabalham.

Quadro 22: Instituição que os Docentes trabalham

Somente em Escolas Estaduais	60%
Somente em Escolas Municipais	**12%**
Em Escolas Estaduais e Municipais	**8%**
Em Escolas Públicas e Particulares	**20%**
Somente em Escolas Particulares	**0%**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 20: Instituição que os Docentes trabalham



Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Então Verificamos que 60% dos docentes que participaram da pesquisa trabalham em Escolas públicas e 20% atuam em escolas públicas e particulares.

A tabela a seguir mostra, a partir da opinião dos docentes pesquisados, quais os pontos mais difíceis dos discentes aprenderem.

Tabela 1: Dificuldade de aprendizagem segundo docentes

	MF	F	R	D	MD
1.1- Definição da Função Exponencial		**20%**	**60%**	**20%**	
1.2- Gráfico da Função Exponencial		**20%**	**65%**	**15%**	
1.3- Domínio e Imagem			**70%**	**20%**	**10%**
1.4- Equação do tipo $2^x = 64$	**10%**	**60%**	**30%**		
1.5- Equação do tipo $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x-3} = 128$		**5%**	**70%**	**10%**	**15%**
1.6- Equação do tipo $4^{2x} + 5.4^x + 6 = 0$		**15%**	**35%**	**20%**	**30%**
1.7- Situações-problema em que é fornecida a função e é pedido o gráfico	**10%**	**15%**	**15%**	**30%**	**30%**
1.8- Situações-problemas em que é fornecido o gráfico e pede o registro algébrico			**30%**	**40%**	**30%**

1.9 – Situações problemas em que são fornecidos as variáveis para construir o gráfico e os registros algébricos		**10%**	**50%**	**30%**	**10%**

Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

A partir da tabela 1 a maioria dos docentes, sobre os tópicos apresentados, predomina a avaliação regular no ensino-aprendizagem de funções exponenciais, mas destacamos que quando partimos para as situações problema os docentes apontam um ponto mais difícil ou muito difícil para os alunos aprenderem, em Silva (2012) este mesmo ponto aparece com 70% de dificuldade de aprendizagem por parte dos alunos.

Sobre o ensino de funções exponenciais, como os professores iniciam.

Tabela 2: Como os docentes iniciam o ensino de função exponencial

Alternativa Escolhida	Percentual
a) Pela definição seguida de Exemplos e Exercícios	**40%**
b) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto	**45%**
c) Com um experimento para depois chegar ao conceito	**5%**
d) Com jogos para depois sistematizar o conceito	**10%**

Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Conforme demonstra a tabela 2, a maioria dos docentes, iniciam o ensino de funções exponenciais com uma situação problema para depois introduzir o assunto, esse resultado é bem próximo do resultado de Silva (2012) que é de 47% sobre o mesmo assunto.

A tabela a seguir demonstra como os professores tratam para fixar os conteúdos de funções exponenciais.

Tabela 3: Como os docentes fixam o ensino de funções exponenciais

Alternativa Escolhida	**Percentual**
a) Apresenta uma lista de exercício	**55%**
b) Apresenta jogos para envolvendo o assunto	**30%**
c) Solicita que os alunos resolvam o exercício do livro didático	**10%**
d) Não propõe exercício de fixação	**-**
e) Solicita que os alunos procurem questões sobre o assunto	**5%**

Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

3. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Nessa seção apresentaremos os resultados da segunda etapa da nossa pesquisa conforme a engenharia didática: *Concepção e análise a priori*. Nesse momento, adotamos a metodologia de ensino da Matemática por atividades, com base nos estudos de Sá (2009). O ensino da Matemática por atividades tem como principal característica, segundo Sá (2009), a interação do aluno com o professor e seus colegas durante o processo de construção do conhecimento. Destacamos alguns elementos essenciais presentes na fase de elaboração das atividades, conforme Sá (2009, p. 18):

- As atividades devem apresentar-se de maneira auto orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem:
- Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções matemáticas através de três fases: experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica das noções construídas:
- As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos, pois isso é fundamental para o crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um

ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;

- As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;

Nesse sentido, a partir das análises realizadas, elaboramos a sequência didática composta por 22 atividades para trabalhar alguns conteúdos da função exponencial e 5 atividades de fixação, inicialmente, construídas de lista de questões

3.1. ATIVIDADES PARA O ENSINO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL:

As atividades a seguir estão relacionadas ao primeiro grupo de atividades para o ensino da Função Exponencial. Cada atividade foi desenvolvida visando as dificuldades apresentadas pelos professores e alunos, além de aspectos que foram destacados em pesquisas relacionadas com a temática. As atividades apresentam a perspectiva básica da dependência de variáveis, além do estudo algébrico e gráfico que englobam leitura, construção e interpretação

3.1.1. ATIVIDADE 1

Título: Descubra a minha regra
Objetivo: Descobrir uma relação entre dois conjuntos
Material: Quadro I, roteiro da atividade, papel, caneta.
Procedimento: Para cada par de conjuntos:

- Observe a associação entre os elementos de A e B no quadro I;
- Tente descobrir a expressão do elemento y ∈ B associado a x ∈ A;
- Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir.

Par	Expressão do elemento y ∈ B associado a x ∈ A	$f(x)$

1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

As expressões matemáticas que relacionam duas variáveis onde a segunda (no nosso caso **y**) é o resultado da combinação das operações de potenciação em que a primeira (no nosso caso **x**) é expoente de um número real, onde dizemos que o valor de **y** está em função do valor de **x**, representado por **y=f(x)** e são do tipo $\boldsymbol{y = a^x}$**,** são exemplos da ***lei de formação*** da **função exponencial** que é definida como:

Uma função f: $R \longrightarrow R_+^*$, chama-se ***exponencial*** quando existe um número real a onde $0 < a \neq 1$, tal que $\boldsymbol{y = a^x}$**.**

Em decorrência da definição de função temos que y=f(x) é a **variável dependente** e o x a **variável independente**.

Análise a Priori: Esperamos que com o auxílio dos diagramas os alunos percebam que os valores do primeiro conjunto (domínio) foram elevados a um expoente real cujo resultado está no segundo conjunto (contradomínio), para cada valor x do primeiro elevou-se a um expoente obtendo a sua imagem y.

3.1.2. ATIVIDADE 2

Título: Condição de existência da função exponencial

Objetivo:Descobrir condição de existência da função exponencial

Material: Plano cartesiano, roteiro de atividade, papel e caneta

Procedimento: Para cada função $f: R \longrightarrow R_+^*$ dada determine:

a) Os valores das imagens para cada valor x dado;

b) Determine os pares ordenados $(x\ , f(x))$;

c) Marque os pares ordenados obtidos no plano cartesiano

d) Ligue todos os pontos marcados

e) A partir das informações obtidas preencha o quadro a seguir

Função $f: R \longrightarrow R_+^*$	Valor de x	Valor de $f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$
$f(x) = 1^x$	-2		
	-1		
	0		
	1		
	2		
$f(x) = (-2)^x$	--1		
	-1/2		
	0		
	1/2		
	1		
$f(x) = 4^x$	-2		
	-1		
	0		
	1/2		
	1		
$f(x) = 0{,}25^x$	-1		
	0		
	1/2		
	1		

	2		

As expressões matemáticas que definem uma função exponencial, não podem apresentar base igual a 1 e nem base negativa, portanto se a é a base de uma função exponencial $f: R \longrightarrow R_+^*$, definida por $f(x) = a^x$, o valor de a deve ser maior que zero e diferente de 1 ($0 < a \neq 1$)

Conclusão:

- Quais das relações matemáticas abaixo são funções exponenciais ?

a) $f(x) = 5^x$

b) $f(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$

c) $f(x) = 7^{x+1}$

d) $f(x) = \left(\sqrt{3}\right)^x$

e) $f(x) = (-3)^{x-2}$

f) $f(x) = 0{,}444^x$

g) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$

Análise a Priori: Esperamos que com o conhecimento de potenciação, os alunos percebam que quando a base é igual a 1, não teremos uma função exponencial, e sim, uma constante. Da mesma forma esperamos que os alunos percebam que quando a base é negativa não teremos uma função para x real

3.1.3. ATIVIDADE 3

Título: Construção do gráfico da função exponencial

Objetivo: Descobrir a representação gráfica da função exponencial

Material: Plano cartesiano, roteiro da atividade, papel, caneta

Procedimento: Para cada função $f: R \longrightarrow R_+^*$ dada determine:

a) Os valores da imagem de cada valor de x dado;

b) Determine os pares ordenados (x, f(x));

c) Marque os pares ordenados obtidos no plano cartesiano;

d) Tente ligar todos os pontos marcados por uma única curva;

f) A partir das informações obtidas preencha o quadro a seguir.

Função $f: R \longrightarrow R_+^*$	Valor de x	Valor de $f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$	A função é Exponencial		O gráfico da função é uma curva que passa pelo ponto (0,1),mantém o mesmo comportamento e não toca o eixo das abscissas?	
				Sim	Não	Sim	Não
$f(x) = 2^x$	-2						
	-1						
	0						
	1						
	2						
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	-2						
	-1						
	0						
	1						
	2						
$f(x) = x^2$	-2						
	-1						
	0						
	1						
	2						
$f(x) = 3x - 1$	-2						
	-1						
	0						
	1						
	2						
	-2						

<table>
<tr><td rowspan="4">$f(x) = 3^{x-1}$</td><td>-1</td><td></td><td></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">$f(x) = x^3$</td><td>-2</td><td></td><td></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">$f(x) = -2^x$</td><td>-2</td><td></td><td></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Observação:

Conclusão:

Análise a Priori: Esperamos que o quadro auxilie o aluno a reconhecer o comportamento do gráfico da função exponencial comparando com o gráfico daquelas que não são exponencial, acreditamos que os alunos não terão dificuldades, pois as operações matemáticas são de fáceis habilidades

3.1.4. ATIVIDADE 4

Título: Elementos da imagem de uma função exponencial

Objetivo: Descobrir uma condição para que um conjunto de valores sejam imagens de uma função exponencial.

MATERIAL: Roteiro de atividade, lápis ,caneta e calculadora

PROCEDIMENTOS: Substitua os valores da tabela na função dada:

Função $f: R \longrightarrow R_+^*$	A função é Exponencial		O valor de x_i	O valor de $x_{i+1} - x_i$	O valor de $x_{i+1} - x_i$ é sempre igual		O valor de $\frac{f(x_{i+1})}{f(x_i)}$	O resultado de $\frac{f(x_{i+1})}{f(x_i)}$ é sempre igual	
	Sim	Não			Sim	Não		Sim	Não
$f(x) = 2^x$			1						
			3						
			5						
			7						
$f(x) = x^2$			1						
			3						
			5						
			7						
$f(x) = 3^x$			1						
			2						
			3						
			4						
$f(x) = 3x$			2						
			4						
			6						
			8						
$f(x) = 4^x$			1						
			2						
			3						
			4						

As funções em que a diferença entre os elementos consecutivos de x são sempre iguais e a razão entre os seus correspondentes y também são iguais, então essa função é exponencial.

Análise a priori: Esperamos que ao preencherem a tabela os alunos percebam que somente as funções exponenciais variando os valores consecutivos de x dando o sempre o mesmo resultado, a razão entre os seus correspondentes y também são sempre iguais, o que não ocorre com as outras funções.

3.1.5. ATIVIDADE 5

Título: Crescimento e decrescimento da função exponencial
Objetivo: Descobrir uma maneira prática de identificar quando a função exponencial é crescente ou decrescente.
Material: Quadro de gráficos I, Roteiro da atividade, papel, caneta
Procedimento: Para cada gráfico do quadro de gráficos:

- Determine a base da função exponencial
- Verifique se o gráfico é de uma função crescente ou decrescente
- Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir

Função $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{R} \longrightarrow \boldsymbol{R}_+^*$	A base		A função exponencial é?	
	É maior que 1	É um número entre zero e 1	Crescente	Decrescente
$f(x) = 2^x$				
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$				
$f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$				
$f(x) = 0{,}8^x$				
$f(x) = \left(\sqrt{2}\right)^x$				

$f(x) = 3^x$				
$f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$				
$f(x) = (1{,}5)^x$				
$f(x) = 7^x$				
$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$				

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Esperamos que os alunos ao observarem a função e vendo o seu gráfico no quadro de gráficos, cheguem a conclusão que o crescimento e o decrescimento está relacionado somente a base da função exponencial, esperamos que eles vejam que quando a base é maior que 1 a função é crescente, e quando a base está entre zero e um, a função será decrescente.

3.1.6. ATIVIDADES DE APROFUNDAMENTO

1) Uma equipe de biólogos descobriu em laboratório que uma espécie de bactéria se duplica a cada hora que passa. Supondo que foi colocada em um recipiente uma bactéria responda os itens abaixo.

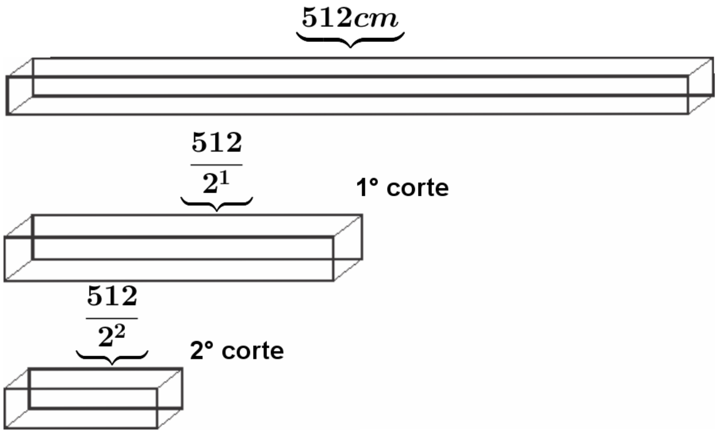
a) Qual modelo matemático expressa a situação acima ? É uma função crescente ou decrescente ?

b) Após 6 horas quantas bactérias havia no recipiente ?

c) Depois de quanto tempo já havia 256 bactérias ?

Análise a Priori:

2) Um marceneiro deseja cortar uma peça de madeira em vários pedaços sempre cortando os pedaços pela metade. Admitindo que a peça tem um comprimento inicial de 512cm, responda os itens a seguir:



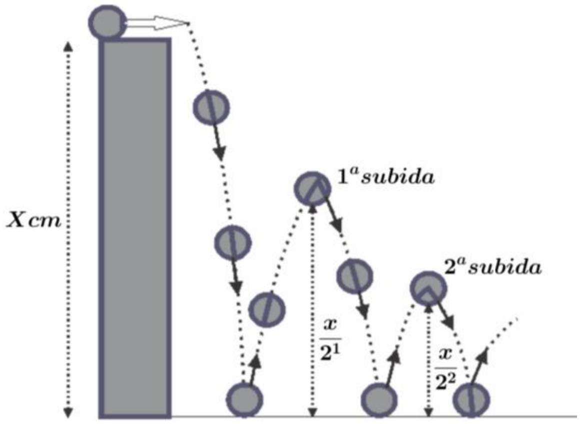
a) Qual a lei matemática que define o comprimento da peça em função do número de cortes ?

b) Qual o comprimento da peça no 5° corte ?

c) Qual o comprimento da peça no 8° corte ?

Análise a priori: Os alunos utilizarão o conhecimento de potenciação, e ao perceber que a duplicação gera uma exponencial de base 1/2, e variando o expoente, consigam chegar no modelo matemático

3) Em certo experimento uma bola caiu de uma altura igual a 128 metros conforme figura abaixo, de acordo com o experimento, a altura alcançada pela bola após o choque com o piso horizontal, era sempre a metade da altura da queda, ou seja, na primeira subida ela alcançou altura igual a $\frac{128}{2}$ metros, na segunda subida o alcance foi de $\frac{128}{2^2}$ metros. Determine a lei matemática que expressa o comportamento descrito, e quantos metros alcançará na 4° subida?



Análise a priori: Os alunos utilizarão os conhecimentos de potenciação adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente multiplicação de mesma base. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso

4) O crescimento exponencial é característico de certos fenômenos naturais. No entanto, de modo geral não se apresenta na forma a^x, mas sim modificado por constantes característicos do fenômeno, como em $f(x) = C.a^{k.x}$, onde k é a constante característico do fenômeno, se k>0 o fenômeno é crescente e , se k<0 decrescente.
Numa certa colônia de insetos os biólogos constataram que o crescimento da quantidade de insetos era dado por $\boldsymbol{p(t) = C.2^{k.t}}$**,** sabendo que no início de uma observação havia 100 desses insetos e que 1 mês depois já tinha aumentado para 1600. Determine:

a) A lei de crescimento exponencial dessa colônia de insetos
b) após 2 meses qual será a quantidade de insetos dessa colônia ?
c) Em quanto tempo a população dessa colônia será de 4096 insetos

Análise a priori: Esperamos que os alunos observem que o início é considerado tempo zero, e com isto, o valor da constante C é 100, e ainda, ao substituir o valor do tempo dado cheguem no valor da constante k, formulando a lei matemática da questão

5) RADIOATIVIDADE E MEIA-VIDA

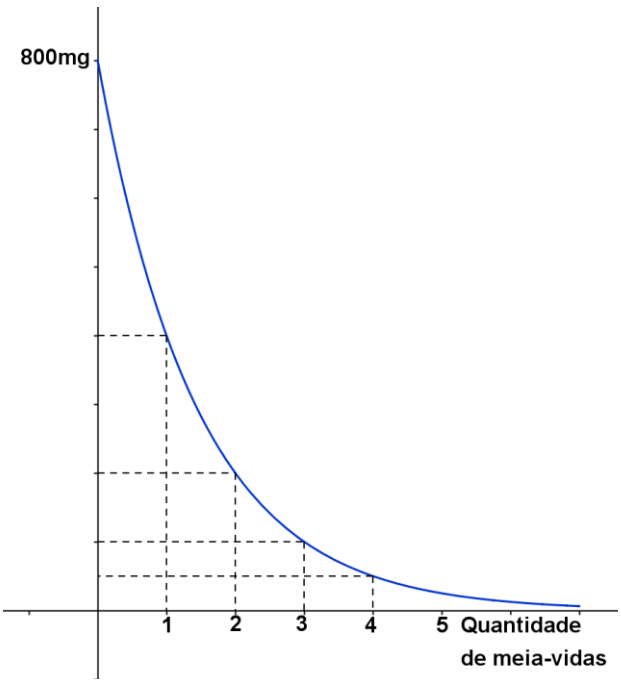
O ser humano sempre conviveu com a radioatividade. É um fenômeno que pode ser natural ou induzido. Por exemplo, na natureza, encontramos em rochas isótopos radioativos, como o urânio-238 e o rádio-226. No sangue e nos ossos encontramos o potássio-40, o carbono-14 e o rádio-226.

Basicamente, o fenômeno da radioatividade funciona da seguinte forma: se um átomo tiver seu núcleo muito energético (átomos radioativos), ele tenderá a estabilizar-se, emitindo o excesso de energia na forma de partículas e ondas, como, por exemplo, as radiações alfa, beta e gama. O processo pelo qual essa energia é liberada é chamado **decaimento radioativo**.

Cada elemento radioativo se transmuta (desintegra) a uma velocidade que lhe é característica. Meia-vida é o tempo necessário para que a sua atividade radioativa seja reduzida à metade da atividade inicial. Após o primeiro período de meia-vida, somente a metade dos átomos radioativos originais permanece radioativo. No segundo período, somente $\frac{1}{4}$, e assim por diante.

Supondo que um tipo de droga foi injetado em um paciente para o tratamento de uma determinada doença, sabe-se que essa droga no organismo tem uma duração segundo um modelo de meia-vida, ou seja, no primeiro período (meia-vida) só resta a metade da substância original.observando o gráfico abaixo preencha a tabela e responda os itens:

Análise a priori: Esperamos que por meio do gráfico e nosso auxílio, e com o auxílio das atividades desenvolvidas na experimentação sobre crescimento e decrescimento, os alunos percebam que o período decorrido (meia-vida) teremos sempre a metade do valor anterior. Com isto, sempre teremos uma exponencial de base 1/2



a) O gráfico é de uma função exponencial crescente ou decrescente? Justifique sua resposta

b) Qual a lei matemática que relaciona a quantidade da droga em função da quantidade de meia-vidas ?

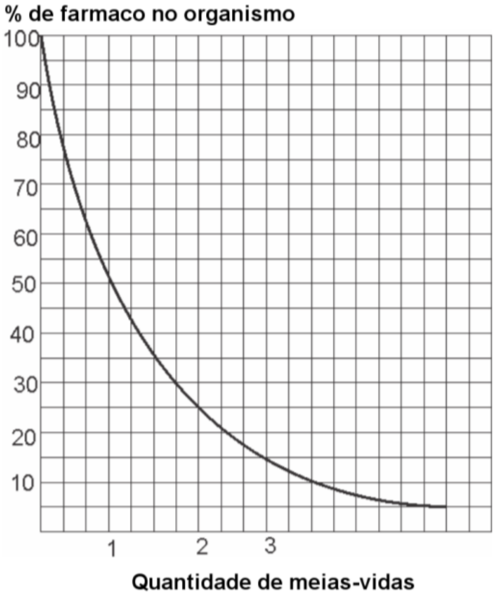
6) Cada golpe de uma bomba de vácuo extrai 10% do ar de um tanque; se a capacidade inicial do tanque é de $1m^3$, após o 5° golpe, o valor mais próximo para o volume do ar que permanece no tanque é:

a) $0{,}590m^3$ b) $0{,}500m^3$ c) $0{,}656m^3$ d) $0{,}600m^3$ e)$0{,}621m^3$

Análise a Priori: Esperamos que os alunos, após uma breve revisão de porcentagem, relacione a extração de 10% em cada golpe da bomba, com um num modelo exponencial decrescente, e que cada golpe, seja um expoente

7(ENEM – 2007) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo. O gráfico abaixo representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo.

F. D. Fuchs e Cher l. Wannma. Farmacologia Clínica. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan,1992, p. 40.



A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13 h 30 min será aproximadamente de:

a) 10%. b) 15%. c) 25%. d)35%. e) 50%.

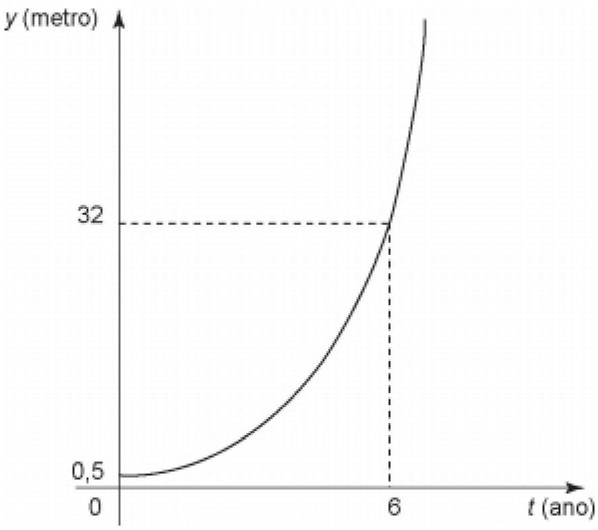
8) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$ em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será :

a) Reduzida a um terço
b) Reduzida a metade
c) Reduzida a dois terços
d) Duplicada
e) Triplicada

9) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1 . O gráfico representa a função y.



Admita ainda que *y*(0) fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio.
O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

a) 3 b) 4 c) 6 d) $\log_2 7$ e) $\log_2 15$.

10) Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5.2^t$, em que t representa o tempo em anos. Para que a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3

b) um número par e múltiplo de 5

c) um número múltiplo de 4

d) um número ímpar e divisível por 7

e) um número múltiplo de 11

11) O valor de um certo imóvel, em reais, daqui a t anos é dado pela função $V(t) = 1000.0{,}8^t$. Daqui a 2 anos, esse imóvel sofrerá, em relação ao valor atual, uma desvalorização de:

a) R$800,00 b) R$640,00 c) R$512,00 d) R$360,00 e) R$200,00

12) Um cidadão deposita em um banco uma certa quantia em dinheiro, a correção monetária é de 5% ao mês. Chamando de C o capital inicial aplicado por este cidadão,

e chamando de M o montante que é o capital aplicado somado pela correção (juros) naquele mês, preencha a tabela abaixo, e responda os itens a seguir:

a) Supondo que esse cidadão depositou R$1200,00, em Janeiro, qual será o valor corrigido após Maio ?

b) Se alguém faz um depósito nesse banco de R$3.000,00 em Junho, qual será o valor corrigido em Novembro ?

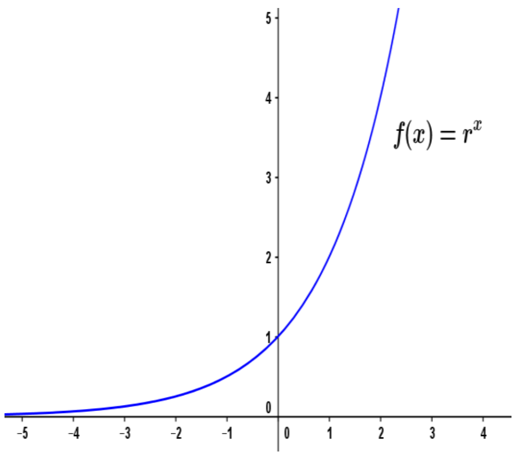
13) O decaimento radioativo do estrôncio 90 é descrito pela função $\boldsymbol{P(t) = P_0 . 2^{-b.t}}$, onde *t* é um instante de tempo, medido em anos, *b* é uma constante real e P0 é a concentração inicial de estrôncio 90, ou seja, a concentração no instante t = 0.

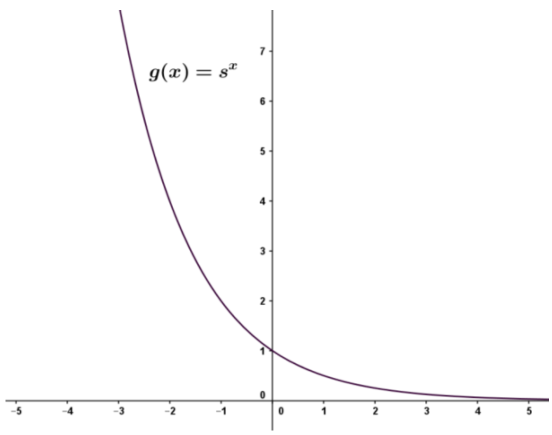
a) Se a concentração de estrôncio 90 cai pela metade em 29 anos, isto é, se a meia-vida do estrôncio 90 é de 29 anos, determine o valor da constante *b*.

b) Dada uma concentração inicial P0, de estrôncio 90, determine o

tempo necessário para que a concentração seja reduzida a161de P0.

14) 2. A seguir temos os gráficos das funções exponenciais definidas por $f(x) = r^x$ e $g(x) = s^x$.





Como nos gráficos responda:

a) f é crescente ou decrescente ?

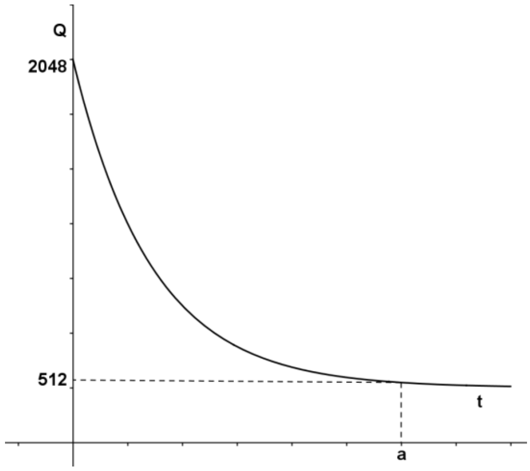
b) g é crescente ou decrescente ?

c) r > 1 ou 0< r < 1 ?

d) s > 1 ou 0 < s <1 ?

15) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200.2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias ?

16) Uma substância se decompõe aproximadamente segundo a lei $Q(t) = k.2^{-0,5t}$, em que K é uma constante, t indica o tempo (em minutos) e $Q(t)$ indica a quantidade de substância (em gramas) no instante t.



a) Determine a função que expressa o comportamento do gráfico ?

b) Qual a quantidade da substância em 30 minutos ?

4. EXPERIMENTAÇÃO

Nesta seção temos como objetivo apresentar os resultados obtidos da experimentação, que se trata de um conjunto de dados provenientes das observações realizadas durante as sessões de ensino e das produções dos alunos realizado em sala de aula, na qual foi realizada numa escola de ensino médio no bairro de Val-de-Cans no município de Belém-Pará onde o autor deste trabalho ministrou aula durante 15 anos, os cinco últimos, somente no ensino médio, atuando em turmas do 1°, 2° e 3º anos.

A turma escolhida para a experimentação pertence ao turno da manhã composta por 40 alunos do 1° ano do ensino médio, e são ministradas três aulas semanais de matemática, com 45 minutos cada, que ocorre às segundas-feiras.

A experimentação ocorreu no período de 11 de Setembro de 2017 a 08 de Dezembro do mesmo ano, com a participação de 40 docentes realizada em 12 encontros, destinados ao desenvolvimento das atividades com abordagem dos conteúdos (5 atividades) , atividades de fixação dos conteúdos, e dois testes (um pré-teste e um pós-teste). O Quadro 25 abaixo especifica as atividades realizadas e a presença da turma em cada encontro:

Quadro 23 – Atividades realizadas x Número de aulas da experimentação

Encontro	Atividades Realizadas	Quantidade de aulas	Número de alunos
1°	-Pré- teste -Questionário Sócio-cultural	03	40
2°	- Atividade 1: “Descubra a minha regra”	02	40
3°	- Atividade 2: Condição da existência da função exponencial”	02	38
4°	- Atividade 3: Construção do gráfico da função Exponencial	03	40
5°	- Exercício de aprofundamento sobre conceito de função exponencial , condição de existência e seu gráfico	03	40
6°	Atividade 4: Crescimento e Decrescimento da função exponencial	03	36
7°	Atividade 5: Elementos da imagem de uma função exponencial	02	37

8°	Exercício de aprofundamento (Meia-Vida)	03	40
9°	Exercício de aprofundamento sobre problemas envolvendo função exponencial	03	37
10°	Exercícios de aprofundamento sobre problemas envolvendo função exponencial	03	40
11°	Revisão	03	38
12°	Aplicação do Pós-teste	03	40

Fonte: Pesquisa de campo 2017

Como apresenta o quadro 19, a experimentação foi realizada em 33 aulas, sendo 10 aulas dedicada a sequência didática e 2 aulas aos testes (pré-teste e pós-teste). As atividades aplicadas foram realizadas em duplas onde foram formadas 20 duplas (denominadas de G1,G2,G3,.......,G18,G19,G20), nos quais G1 representava A1 e A2; G2, os alunos A3 e A4; G3, os alunos A5 e A6; G4, os alunos A7 e A8; G5, os alunos A9 e A10; G6, os alunos A11 e A12; G7, os alunos A13 e A14; G8, os alunos A15 e A16; G9, os alunos A17 e A18; G10, os alunos A19 e A20; G11, os alunos A21 e A22; G12, os alunos A23 e A24; G13, os alunos A25 e A26; G14, os alunos A27 e A28; G15, os alunos A29 e A30; G16, os alunos A31 e A32; G17, os alunos A33 e A34; G18, os alunos A35 e A36; G19, os alunos A37 e A38 e G20, os alunos A39 e A40.

A seguir descreveremos o desenvolvimento dos encontros e os resultados das atividades realizadas.

4.1. PRIMEIRO ENCONTRO

O primeiro encontro ocorreu no dia 11 de Setembro de 2017, aplicamos um questionário de caráter sócio-econômico (APÊNDICE A) com um pré-teste anexo, pré-teste foi usado do trabalho de pesquisa de Silva (2014). Os alunos estavam assustados com o pré-teste, conversamos com os mesmo como uma forma de tentar deixa-los tranquilizados para que tudo ocorresse de forma natural dentro dos seus conhecimentos adquiridos na carreira estudantil.

Solicitamos que os alunos se dividissem em duplas para as atividades que seriam aplicadas no decorrer de cada encontro, mas no caso do pré-teste e do questionário sócio-cultural seria respondido individualmente.

Sobre a nossa pesquisa explicamos que se tratava de uma pesquisa científica de nível acadêmico de mestrado, mas que contribuiria para o aprendizado da turma, pois tratava-se de um assunto que fazia parte do conteúdo programático do primeiro ano do ensino médio, pedimos a eles que se empenhassem nas atividades, pois no final seria realizada uma avaliação de sua produção deixando claro que eles também fariam testes e exercícios de fixação na medida que o experimento for sendo realizado, isto para validar a sequência.

Chegamos à escola 20 minutos antes do horário , na ocasião tive um encontro com a vice-diretora da escola, e fui informado naquele momento que a diretora havia sido transferida para uma outra escola, e que a escola estava a espera de uma substituta.

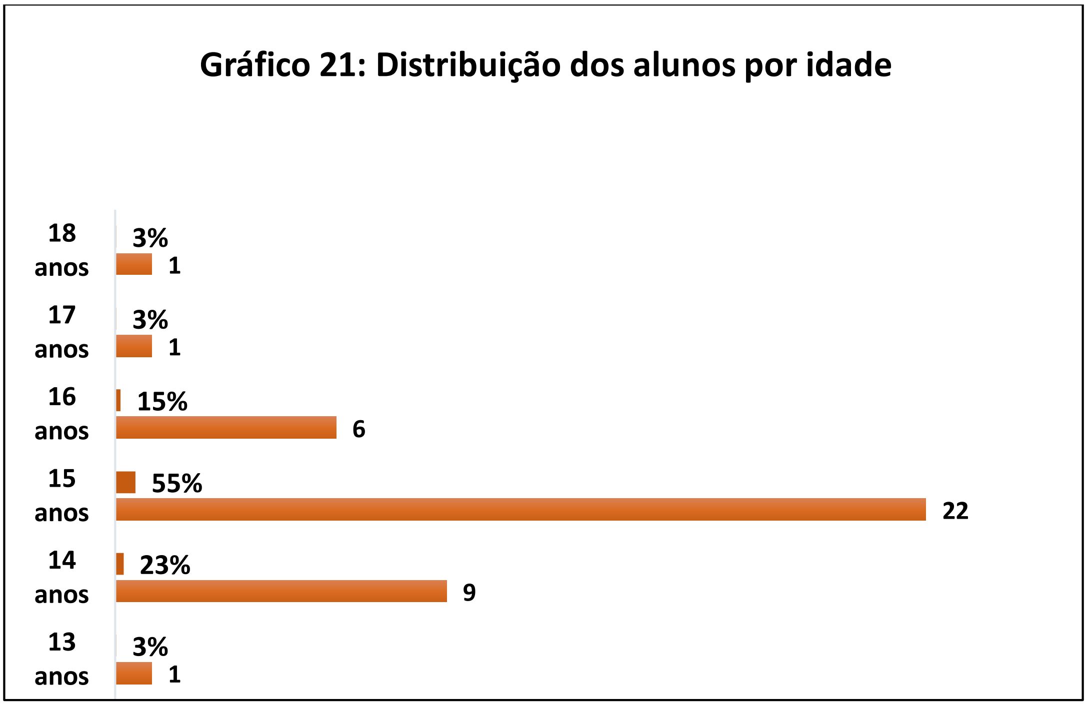
No dia 18 de setembro do corrente ano, chegamos às 7h e 30minutos na turma para aplicar as atividades, ou seja, a primeira atividade que tinha como objetivo descobrir uma relação matemática entre dois conjuntos, relação esta, que tratava de uma relação exponencial entre duas variáveis comforme modelo apresentado na nossa sequência didática.

Os alunos estavam apreensivos, pois apresentavam um estado nervoso entre eles, mas tranquilizamos por lembrá-los que não estávamos ali para avaliarmos, e sim para realizar um trabalho sobre ensino aprendiagem acerca de um assunto que eles ainda iriam desdobrir. Na ocasião uma aluna nos perguntou se o assunto seria difícil, respondemos que toda matemática deve ser tratada com muita atenção

Na sala de aula havia 40 alunos e perguntamos a professora se esse número correspondia ao número de matriculados naquela turma, a resposta é que havia 43 alunos matriculados, porém somente 40 frequentavam regularmente as aulas. Resolvemos então dividir as turmas em grupos de dois alunos para a aplicação das atividades, mas o questionário sócio-cultural foi aplicado individualemtente como também o pré-teste.

4.1.1. Perfil dos participantes da experimentação

A turma participante da experimentação tem 40 alunos, constituída por 25 do sexo feminino e 15 do sexo masculino, as idades variam de 14 a 18 anos, distribuídas por sexo, de acordo com o gráfico 17



Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

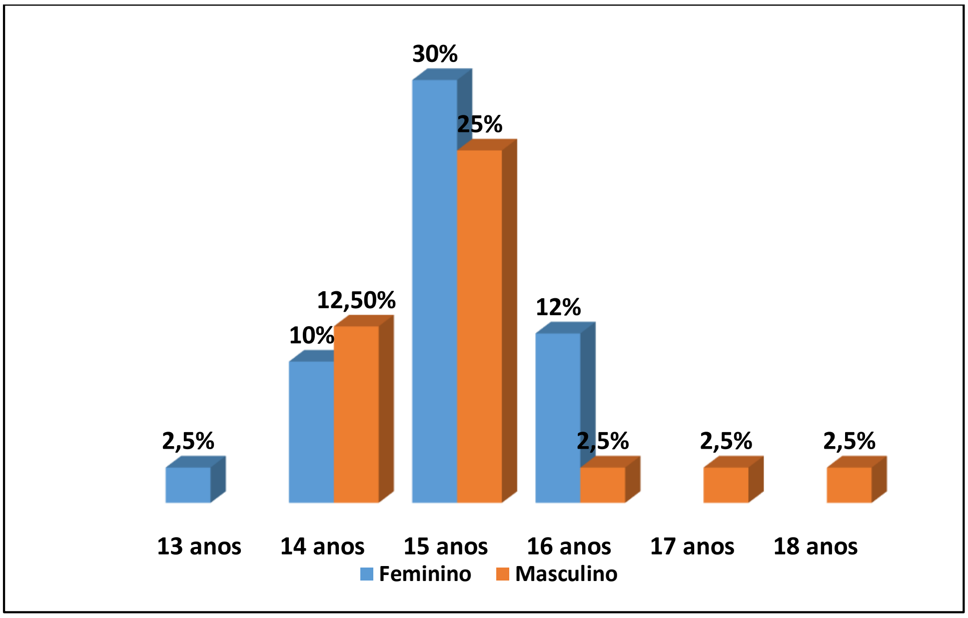
Quadro 24 – Idade dos participantes da experimentação por sexo

Idade	Femenino		Masculino	
	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência absoluta	Frequência relativa
13	1	2,5%		
14	4	10%	5	12,5%
15	12	30%	10	25%
16	5	12,5%	1	2,5%
17			1	2,5%
18			1	2,5%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O Quadro 24 gerou o gráfico 22 que demonstra a distribuição dos participantes da experimentação por sexo.

Gráfico22: Idade dos participantes por sexo



Fonte: Pesquisa de campo 2017

Dentre os alunos participantes observamos que 77% integram os alunos na faixa etária de 14 a 15 anos, o que mais da metade estão na faixa adequada para o 1° ano do Ensino Médio, e apenas dois alunos estão fora da faixa etária adequada, um deles com 17 anos e outro com 18 anos de acordo com o gráfico 17.

Este resultado difere do resultado da pesquisa de Silva (2012) que dos alunos participantes 45% tinha idade de 16 anos, 5% tinham 14 anos enquanto que nesta pesquisa 10% tinha 14 anos.

> Percebemos que a maioria dos 45% possui 16 anos, sendo que a idade recomendada pelo MEC para que o adolescente ingresse no 1° ano é de 15 anos. Enquanto que 5% possíam 14 anos, 20% com 15 anos, 15% com 17 anos, 10% com 18 anos e 5% com 21 anos. (SILVA, 2014 p. 125)

Relacionado aos responsáveis, os participantes declararam que os pais (mãe e pai), tios, apenas a mãe, ou o somente o pai, são responsáveis por eles, conforme mostra a tabela 04.

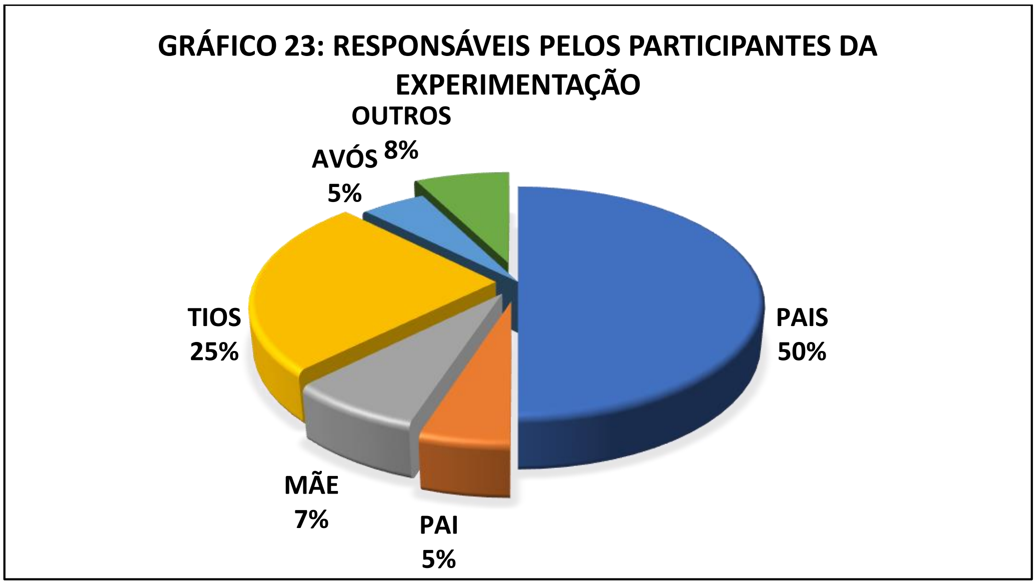
Tabela 4: Responsáveis pelos participantes da experimentação

Responsáveis	Frequência absoluta	Frequência relativa
PAIS	20	50%

PAI	2	5%
MÃE	3	7,5%
TIOS	10	25%
AVÓS	2	5%
OUTROS	3	7,5%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O gráfico 23 demonstra as porcentagens correspondente aos responsáveis dos participantes dessa etapa da pesquisa.



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Nesse gráfico a palavra pais representa tanto o pai quanto a mãe são responsáveis pelo aluno, observamos que os pais (pai e mãe) é predominante nessa pesquisa com 50%. Desse grupos dos responsáveis pelos alunos, 80% trabalham, 10% não trabalham e os outros 10% não informaram.

Em relação a escolaridade dos responsáveis dos participantes da experimentação, verificamos que a maioria tem a educação básica completa, conforme a tabela 5 demonstra.

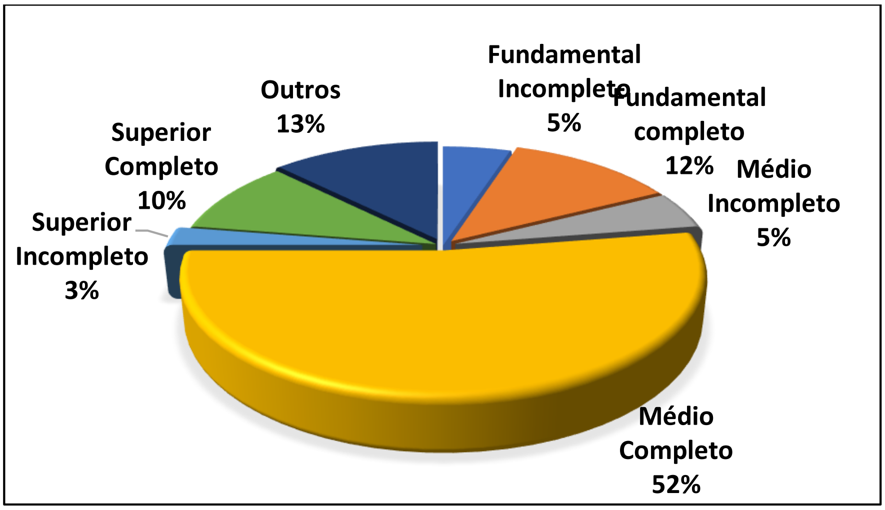
Tabela 5: Escolaridade dos responsáveis pelos participantes da experimentação

Escolaridade dos Responsáveis	Frequência absoluta	Frequência relativa
Fundamental Incompleto	2	5%
Fundamental Completo	5	12,5%
Médio Incompleto	2	5%
Médio Completo	21	52,5%
Superior Incompleto	1	2,5%
Superior Completo	4	10%
Não informaram	5	12,5%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O gráfico 24 é originado pela tabela 5.

Gráfico 24: Escolaridade dos Responsáveis pelos participantes da Experimentação



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Em comparação a escolaridade dos responsáveis dos discentes na etapa das análises prévias realizada em 2015, a escolaridade teve uma moderada melhora, o que nos leva a concluir que os discentes desta experimentação tem um comprometimento maior pelos estudos.

A maior parte dos alunos fez o ensino fundamental na rede pública de ensino conforme mostra a tabela 6 a seguir.

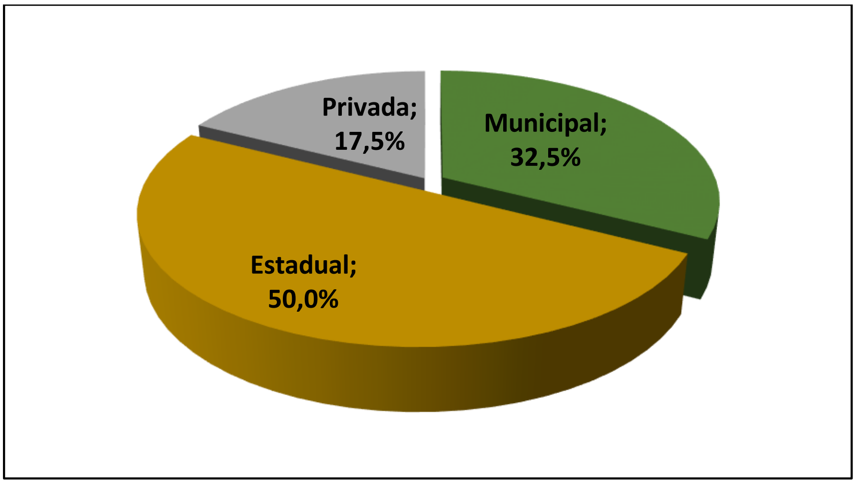
Tabela 6: Ensino fundamental dos participantes da experimentação

Rede	Frequência absoluta	Frequência relativa
Municipal	13	32,5%
Estadual	20	50%
Privada	7	17,5%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O gráfico 25 apresenta os índices relativo da rede de ensino fundamental dos participantes da experimentação.

Gráfico 25: Ensino Fundamental dos alunos participantes da Experimentação



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Entre os participantes da experimentação nenhum declarou trabalhar de forma remunerada, sendo que 80% apenas estudam no ensino médio regular, enquanto que 25% dos alunos fazem algum curso de língua estrangeira ou curso técnico.

No questionário perguntamos se os alunos gostam de matemática e obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 7: Declaração dos alunos sobre afinidade com a Matemática

Gosto pela Matemática	Frequência absoluta	Frequência relativa

Não	8	20%
Um pouco	22	55%
Muito	10	25%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

A tabela 7 gerou o gráfico 26:

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

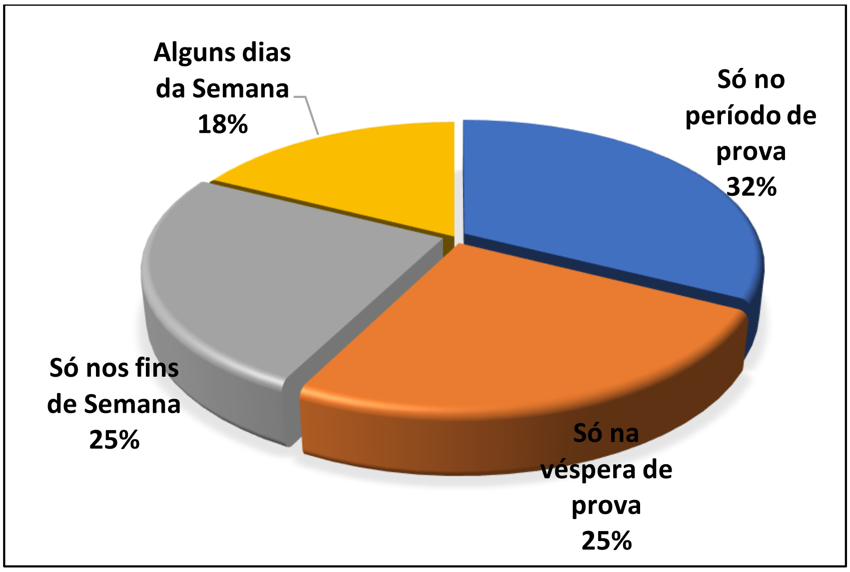
Ainda no questionário perguntamos aos participantes da experimentação qual a sua frequência de estudos com as seguintes alternativas de respostas, só estudo em véspera de prova, somente no período de provas, somente em fins de semana e alguns dias da semana. A tabela 7 demonstra a disposição dos resultados obtidos.

Tabela 8: Frequência de estudos extra classe

Frequência de Estudos	Frequência absoluta	Frequência relativa
Véspera de prova	10	25%
Período de prova	13	32%
Fins de Semana	10	25%
Alguns dias da semana	7	18%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

A Tabela 8 gerou o gráfico 27



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

No questionário ainda perguntamos aos alunos sobre oconteúdo trabalhado pelo professor de matemática em sala de aula, perguntamos se o professor inicia pela definição seguida de exemplos e exercícios, com uma situação problema para depois introduzir o assunto, com um experimento para chegar no conceito ou com jogos para depois sistematizar o conteúdo, obtemos os seguintes resultados.

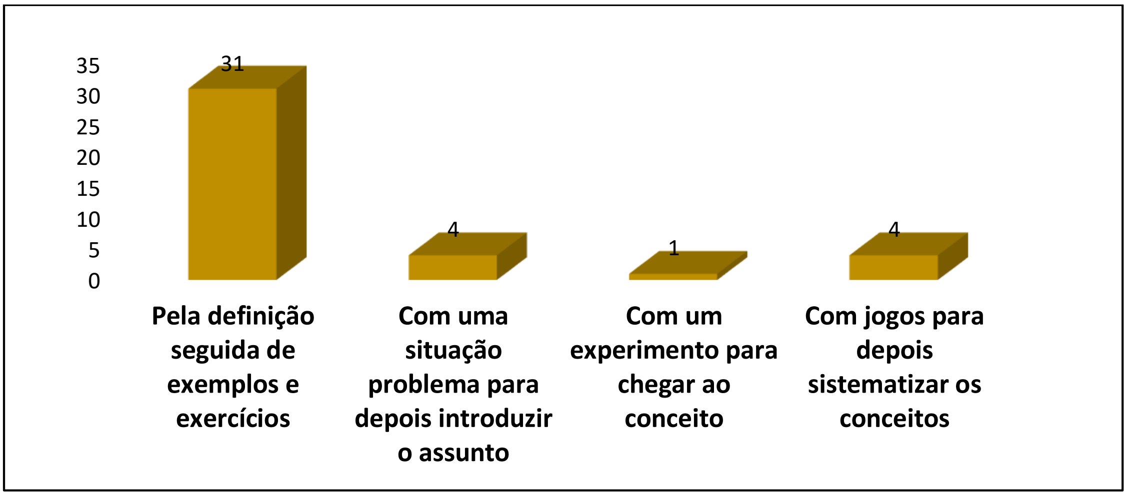
Quadro 25: Como o professor inicia o conteúdo segundo os discentes

Pela definição seguida de exemplos e exercícios	78%
Com uma situação problema para depois introduzir o assunto	**10%**
Com um experimento para chegar ao conceito	**3%**
Com jogos para depois sistematizar os conceitos	**10%**

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

O quadro 25 gerou o gráfico 28

GRÁFICO 28 : Como o professor inicia o conteúdo de matemática



Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Sobre o gosto pela matemática, o discentes responderam da seguinte forma:

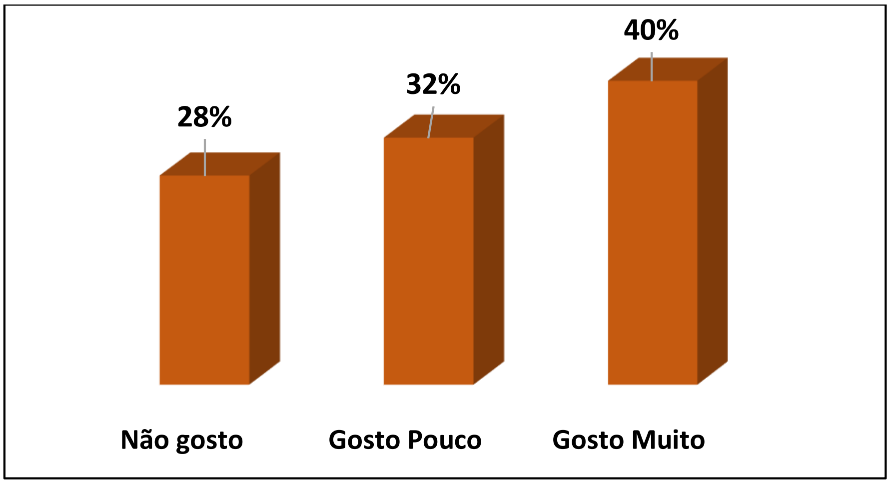
O quadro 26: Afinidade pela Matemática

Não Gosto	**28%**
Gosto Pouco	**32%**
Gosto Muito	**40%**

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

O quadro 26 gerou o gráfico 29

GRÁFICO 29: AFINIDADE PELA MATEMÁTICA



Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Como observamos no gráfico 3, dos estudantes pesquisados, 40% gosta muito de matemática , 28% não gosta e 32% gosta pouco de matemática, ou seja, 60% dos pesquisados não gosta ou gosta pouco de matemática, esse resultado difere bastante do resultado de Silva (2014) , quando, na sua pesquisa, 94% os docentes revelaram gostar pouco ou nem um pouco de de matemática.

4.1.1. Resultados do Pré-teste

O pré-teste foi realizado individualmente no dia 11 de Setembro de 2017 e composto por 10 questões sobre funções exponenciais, juntamente com o questionário sócio-econômico. Representamos cada aluno por A1, A2, A3, A4,.....,A40. O quadro 20 apresenta o desempenho individual dos alunos, onde C representa questões certas, E indica questões incorretas e B, questões em branco.

Quadro 27: Desempenho individual dos alunos no pré-teste

ALUNO	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
A1	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A2	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A3	C	E	B	B	B	B	B	E	E	E

A4	E	E	E	B	B	B	B	B	B	B
A5	C	E	E	B	B	B	B	E	B	B
A6	B	B	B	B	B	B	B	E	B	B
A7	B	B	B	B	E	E	C	B	B	B
A8	B	B	B	E	E	E	E	C	E	E
A9	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A10	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A11	B	B	B	B	B	E	E	E	E	E
A12	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A13	E	E	E	B	B	B	B	B	B	B
A14	C	E	E	E	B	B	B	B	B	B
A15	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A16	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A17	E	E	B	B	B	E	E	B	B	B
A18	C	E	E	C	B	B	B	B	B	B
A19	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A20	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A21	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A22	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A23	E	E	E	B	B	B	B	B	B	B
A24	E	E	B	B	B	B	B	B	B	B
A25	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A26	E	E	E	E	B	B	B	B	B	B
A27	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A28	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A29	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B

A30	E	E	B	B	B	B	B	B	B	B
A31	E	E	B	B	B	B	B	B	B	B
A32	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A33	E	E	B	B	B	B	B	B	B	B
A34	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A35	E	E	E	B	B	B	B	B	B	B
A36	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A37	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A38	E	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A39	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
A40	E	B	B	B	B	B	B	B	B	B

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Como demonstra o quadro 27, a quantidade de questões em branco é predominante no pré-teste dos alunos participantes da experimentação. O quadro 28 mostra o desempenho por questão realizada pela turma..

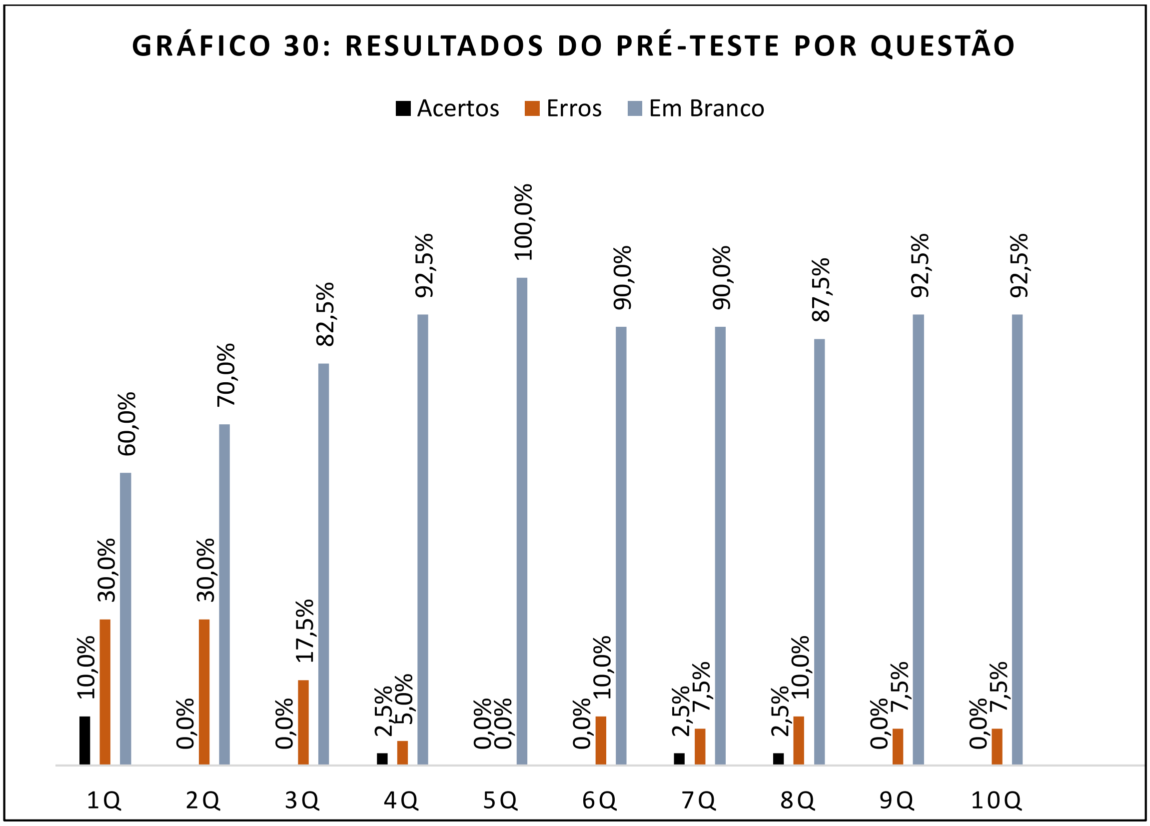
Quadro 28: Resultados do pré-teste por questão

Questões	Acertos		Erros		Branco	
	Valor Absoluto	%	Valor Absoluto	%	Valor Absoluto	%
1ªQ	4	10%	12	30%	24	60%
2ªQ	0	0%	12	30%	28	70%
3ªQ	0	0%	7	17,5%	33	82,5%
4ªQ	1	2,5%	2	5%	37	92,5%
5ªQ	0	0%	0	0%	40	100%
6ªQ	0	0%	4	10%	36	90%
7ªQ	1	2,5%	3	7,5%	36	90%
8ªQ	1	2,5%	4	10%	35	87,5%

9ªQ	0	0%	3	7,5%	37	92,5%
10ªQ	0	0%	3	7,5%	37	92,5%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O quadro 28 gerou o gráfico 30.



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Os acertos na 1ª Questão, tratava de uma função exponencial onde fornecemos a lei matemática de uma função referente a uma imobiliária, cujo valor variava de acordo com a lei $(v(t) = 60.000\,.\,(0{,}9)^t)$, como eles tinham estudado introdução das funções, e também função afim e quadrática, tinham a idéia de substituir o valor dado (domínio) para obter um correspondente valor (imagem). Outros alunos não tiveram essa percepção. Perguntamos a eles pelas outras questões que acertaram, informaram que marcaram de maneira aleatória.

4.1. 2° ENCONTRO

O segundo encontro ocorreu no dia 18 de Setembro de 2017, e tivemos 40 alunos presentes em sala de aula, Os alunos perguntaram se seria uma atividade difícil, respondemos que tudo depende da concentração e esforço, uma aluna perguntou se o assunto seria conteúdo da avaliação, pois eles estavam caminhando para a terceira avaliação do ano letivo, a professora da turma havia acertado com eles que esta aplicação trata de um assunto que faz parte do conteúdo, e que , portanto, faria parte da avaliação deles, o que os deixaram mais atenciosos as atividades.

4.1.1. Desenvolvimento da Atividade 1

A atividade 1 cujo título é “Descubra a minha regra” durou duas aulas de 45 minutos e teve a finalidade do aluno descobrir a relação entre duas variáveis uma dependente da outra, onde o resultado da variável dependente era encontrado por meio de uma exponencial e servir como atividade exploratória de potenciação. A atividade apresentou oito pares de diagramas (APÊNDICE B) e solicitou que os alunos encontrassem a relação a partir desses diagramas, por meio do qual, os mesmos identificassem a regra utilizada a partir das orientações dada no quadro. Ao preencher o quadro, os alunos não tiveram dificuldades no primeiro par de diagramas, onde 98% chegaram no padrão do referido par, como mostra o quadro 01 e a exemplo de respostas das duplas G1 E G2

Par	Expressão do elemento y ∈ B associado a x ∈ A	$f(x)$
1	$Y = 2^x$	$F(x) = 2^x$
2	$Y = 3^x$	$F(x) = 3^x$
3	$Y = 2^x+1$	$F(x) = 2^x+1$
4	$Y = 4^x$	$F(x) = 4^x$
5	$Y = (\frac{1}{2})^x$	$F(x) = (\frac{1}{2})^x$
6	$Y = 7^x$	$F(x) = 7^x$
7	$Y = 5^x$	$F(x) = 5^x$
8	$Y = (\frac{1}{4})^x$	$F(x) = (\frac{1}{4})^x$

Fonte: Resposta da dupla G1 na atividade 1

A dupla G1 verbalizaram suas conclusões de modo sem muita clareza no que queriam expressar, mas se manifestaram afirmando que não tiveram dificuldade de observar o padrão estabelecido entre os diagramas, conforme as suas declarações por escrito.

O que você observou ?
É uma sequência. Bastou observar para concluir a atividade

O que você concluiu ?
Concluimos que não é tão difícil assim.

Par	Expressão do elemento y ∈ B associado a x ∈ A	$f(x)$
1	$y=2^x$	$f(x)=2^x$
2	$y=3^x$	$f(x=3^x$
3	$y=2^x+1$	$f(x)=2^x+1$
4	$y=4^x$	$f(x)=4^x$
5	$y=1/2^x$	$f(x)=1/2^x$
6	$y=7^x$	$f(x)=7^x$
7	$y=5^x$	$f(x)=5^x$
8	$y=1/4^x$	$f(x)=1/4^x$

Fonte: Resposta da dupla G2 na atividade 1

O que você observou ?
Que para resolver as questões basta "descobrir" quantas vezes os números estão sendo multiplicados

O que você concluiu ?
Que não é tão difícil responder as questões

Quadro 29: Respostas da Atividade 1 relacionada a "Descubra a minha regra"

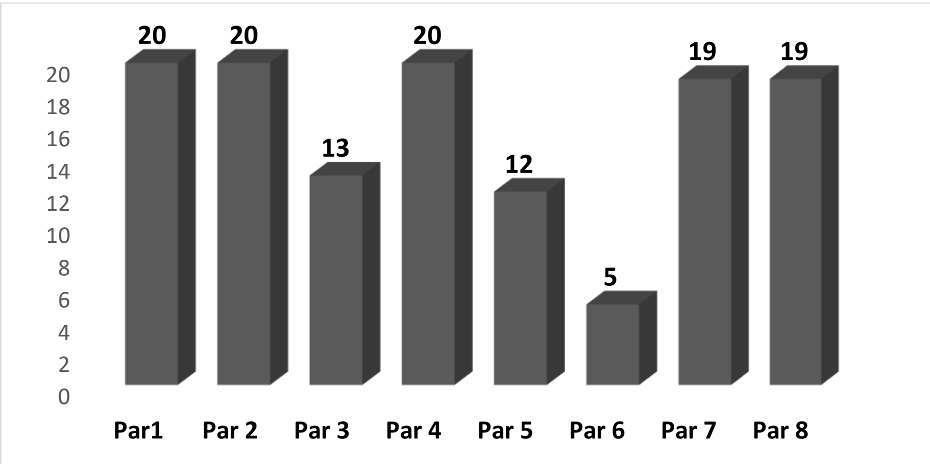
Par de Diagramas	Respostas	Estudantes que acertaram	%
1	$f(x) = 2^x$	TODAS	100
2	$f(x) = 3^x$	TODAS	100
3	$f(x) = 2^{x+1}$	A1,A2,A3,A4,A7,A8,A9,A10,A11,A12,A13,A14,A15,A16,A17	65

		,A18,A21,A22,A25,A26,A27,A28,A31,A32,A37,A38	
4	$f(x) = 4^x$	TODAS	100
5	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	A1,A2,A9,A10,A11,A12,A13,A14,A17,A18,A21,A22,A27,A28, A29,A30,A33,A34,A35,A36,A37,A38,A39,A40	30
6	$f(x) = 7^x$	G1,G2,G4,G5,G6	12,5
7	$f(x) = 5^x$	TODAS COM EXCESSÃO DA G15	97,5
8	$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	TODAS COM EXCESSÃO DA G13	97,5

Fonte: Pesquisa de Campo 2017

As dificuldades encontratadas pelo par 6 pela maioria das duplas está relacionada pelo fato de trabalharmos com potências de base 7, o que não é muito comum para os alunos.

Gráfico 31 – Número de duplas que acertaram em cada par de diagrama



As duplas informaram que não tiveram dificuldades em encontrar as regras que estabeleciam os diagramas encontrando a relação entre as duas variáveis, percebemos que somente três duplas acertaram todas os pares, e duas delas erraram somente os pares 7 e 8. Cinco grupos somente acertaram o par 6, na ocasião da aplicação tiveram dificuldade para enxergar potenciação de base 7.

Como a turma tinha noção do conceito de função estudada ainda no primeiro semestre,e pela tabela preenchida perceberam que para cada valor atribuído a x (sendo x um expoente) gerava um y, ou seja, $(x \rightarrow y = a^x)$, chegaram a conclusão que a função exponencial era do tipo $y = a^x$, onde x e y eram duas variáveis reais, e

"a" era uma constante real. Na próxima atividade, que ocorreu no segundo encontro, falamos sobre condição de existência da função exponencial.

Como a maioria das duplas conseguiu atingir conclusões válidas, consideramos a atividade com ótimo rendimento e validade. A atividade 1 teve duração de duas aulas de 1h e 15 minutos, com tempo médio de desenvolvimento da atividade por dupla variando de 40 a 50 minutos.

4.2. TERCEIRO ENCONTRO

O terceiro encontro ocorreu no dia 25 de Setembro de 2017, com duração de três aulas de 45 minutos, sendo que 50 minutos foi o tempo para realizar a atividade 2. Nesse encontro foi desenvolvida a atividade 2 intitulada “Condição de existência da função exponencial” com a finalidade de descobrir o campo de existência da função exponencial ou também chamado de domínio da função.

4.2.1. Desenvolvimento da Atividade 2

Nessa atividade foram fornecidos plano cartesiano (APÊNDICE C) e um quadro constando sete funções exponenciais, nessa tabela era dado alguns valores para a variável x e solicitamos que cada grupo calculasse o valor de f(x) encontrando o par ordenado $(x, f(x))$ e em seguida marcavam no plano cartesiano os pontos encontrados. A tabela também solicitava que o aluno observasse se existia f(x) para cada valor atribuído a x. Aproximadamente 70% das duplas não tiveram dificuldades de encontrar os valores de f(x) para cada valor atribuído a x conforme mostra a dupla G8 abaixo.

Escolhemos a dupla G8 para exemplificar a sua resposta (APÊNDICE G), pois foi uma das duplas que realizou a atividade sem dificuldades e preencheu corretamente o os quadros reservados para as devidas respostas solicitadas pela atividade.

Para o caso da relação $f(x) = 1^x$, observaram que todos os valores dado a x tiveram como resultado uma constante, perguntamos que tipo de função dá sempre o mesmo resultado para qualquer valor real x, responderam que seria a função constante, portanto , chegamos a conclusão que para base 1 não temos função exponencial, e sim, uma função constante.

Para o caso da relação $f(x) = (-1)^x$, a exemplo da dupla G8, observou que não houve resultado para x=1/2, pois teria que encontrar a raiz quadrada de um número negativo, perguntamos a dupla, qual seria o resultado, responderam que não havia raiz quadrada de número negativo, chegamos a conclusão, portanto, que a base de uma exponencial não pode ser negativa.

No caso das demais funções não tivemos dificuldades com relação à condição de existência, pois todas as duplas perceberam que não havia problema atribuir qualquer valores para x, pois sempre teríamos respostas para y=f(x). Os erros apresentado em algumas funções estava relacionado ao cálculo aritmético no momento, mas não pela condição de existência da base.

A finalidade era levar o aluno a perceber que quando a base é 1 o resultado da função é uma constante, o que na realidade resulta, nesse caso, numa função constante e não uma função exponencial. Também apresentamos uma função com base negativa, nesse caso, ao substituir a variável x por um valor racional, por exemplo 1/2, teríamos uma base com um radical cujo radicando é negativo, e como o contradomínio está no campo real, não apresenta resposta para este valor do domínio, concluindo que não é uma função.

QUADRO 30: CONCLUSÃO DA ATIVIDADE 2 EM VÁLIDA, PARCIALMENTE VÁLIDA OU INVÁLIDA

Estudantes	**Conclusão**	**Natureza da conclusão**
G1: A1 , A2	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser negativa nem igual a 1, conforme as análises a priori	Válida
G2: A3 , A4	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser negativa nem igual a 1, conforme as análises a priori	Válida
G3: A5, A6	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser negativa nem igual a 1, conforme as análises a priori	Válida

G4: A7, A8	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser igual a 1, porém não conseguiram chegar a conclusão que não podia ser negativa	Parcialmente Válida
G5: A9, A10	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser negativa nem igual a 1, conforme as análises a priori	Válida
G6: A11, A12	Não conseguiram chegar a conslusão proposta pela atividade que era perceber que não podia ser igual a 1 nem negativa, conforme à análise a priori na sequência didática	Inválida
G7:A13,A14	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser negativa nem igual a 1, conforme as análises a priori	Válida
G8: A15,A16	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser negativa nem igual a 1, conforme as análises a priori	Válida
G9:A17,A18	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser 1, mas não conseguiram perceber que não podia ser negativa.	Parcialmente Válida
G10: A19,A20	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser negativa nem igual a 1, conforme as análises a priori	Válida
G11: A21, A22	Não conseguiram chegar à conclusão que a base da função exponencial não pode ser 1 nem negativa	Inválida
G12: A23,A24	Chegaram a conclusão que a função exponencial não pode ser 1 nem negativa	Válida
G13: A25,26	Chegaram a conclusão que a função exponencial não pode ser 1 nem negativa	Válida
G14: A27,28	Chegaram a conclusão que a função exponencial não pode ser 1 nem negativa	Válida
G15:A29,A30	Não conseguiram perceber que a função exponencial não pode ser igual a 1 nem negativa	Inválida
G16: A31,A32	Chegaram a conclusão que a função exponencial não pode ser 1 nem negativa	Válida

G17:A33,A34	Conseguiram perceber que a base da função exponencial não pode ser 1, mas não conseguiram perceber que não podia ser negativa.	Parcialmente Válida
G18: A35,A36	Chegaram a conclusão que a função exponencial não pode ser 1 nem negativa	Válida
G19:A37,A38	Chegaram a conclusão que a função exponencial não pode ser 1 nem negativa	Válida
G20: A39,A40	Chegaram a conclusão que a função exponencial não pode ser 1 nem negativa	Válida

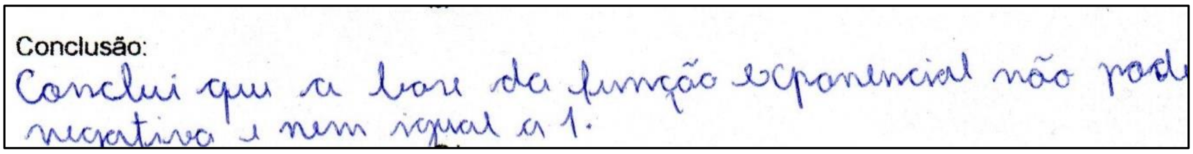
Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Quadro 31: sintese da natureza das conclusões da atividade 2

Conclusão	**Frequencia absoluta por dupla**	**%**
Válida	14	70%
Parcilamente válida	3	15%
Inválida	3	15%
Não registrada		

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

As duplas G13 declaou não ter dificuldades para perceber que sendo 1 a base de uma relação entre variáveis do tipo exponencial, $y=1^x$, para qualquer valor dado a x sempre dá a mesma resposta,e que portanto, observaram as duplas citadas, trata-se de uma função constante, a dupla G3, ressaltou também, que para valores negativos, atribuindo valores racionais a x , haverá valores que não terão respostas no campo real conforme as suas conclusões abaixo:


Conclusão:
Conclui que a base da função exponencial não pod
negativa e nem igual a 1.

A dupla G7 verbalizou as suas conclusões sobre a atividade e o que aprendeu com ao preencher o quadro de atividades conforme as suas declarações após realizar as atividades

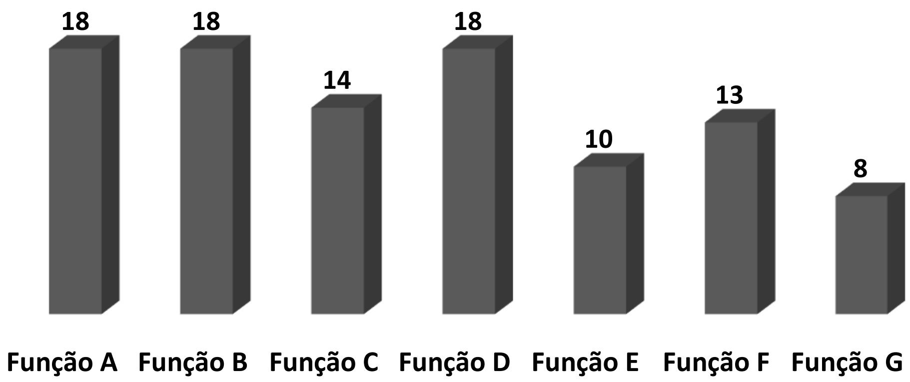
Conclusão: Concluímos que a base da função exponencial, não pode ser negativo e nem igual a 1)

8

Na ocasião da atividade 2, foram dadas sete exemplos de funções e solicitamos que as duplas marcassem aquelas que eles julgavam ser funções exponenciais de acordo com a condição de existência relativo a atividade feita. 95% das duplas marcaram de forma correta

?a) $f(x) = 5^x$ b) $f(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$ c) $f(x) = 7^{x+1}$ d) $f(x) = (\sqrt{3})^x$ e) $f(x) = (-3)^{x-2}$
f) $f(x) = 0{,}444^x$ g) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$

Gráfico 32 – Número de duplas que acertaram a atividade 2 por função



QUADRO 32: RESULTADO DOS ACERTOS, ERROS E EMBRANCO DAS ATIVIDADES DE APROFUNDAMENTO

	ACERTOS (%)	ERROS (%)	EM BRANCOS(%)
FUNÇÃO A	**90**	**10**	**-**
FUNÇÃO B	**90**	**10**	**-**
FUNÇÃO C	**70**	**20**	**10**

FUNÇÃO D	**90**	**10**	**-**
FUNÇÃO E	**50**	**40**	**10**
FUNÇÃO F	**65**	**35**	**-**
FUNÇÃO G	**40**	**30**	**30**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

4.1. 4° ENCONTRO

O quarto encontro ocorreu no dia 02 de Outubro do mesmo ano, e teve o título de “Construção do gráfico da função exponencial”, neste momento o objetivo era demonstrar o gráfico da função exponencial e o seu comportamento no plano cartesiano, ou seja, a representação gráfica da função exponencial conforme explicitado na nossa sequência didática, ao aluno foi dado quatro folhas contendo dois planos cartesianos cada uma, uma folha contendo a atividade, e sete funções onde duas delas eram exponenciais, uma era função quadrática, uma função afim e uma função polinomial de grau 3.

A ideia era que o aluno pudesse comparar e observar o comportamento da função exponencial em relação as funções já conhecidas pelos alunos, uma vez que, eles já tinham estudado função afim e função quadrática. No primeiro momento relataram que teriam muito trabalho em construir o gráfico para cada função da atividade, dissemos que era necessário construir o gráfico de cada uma para poder chegar a conclusão da função exponencial em relação as outras já conhecidas.

Uma aluna comentou no momento que com o plano cartesiano em mãos facilitaria o trabalho, pois a mesma comentou que eles estavam acostumados a fazer o plano cartesiano de forma manual no caderno e que sempre o gráfico tinha imperfeições no final.

4.1.1. Desenvolvimento da Atividade 3

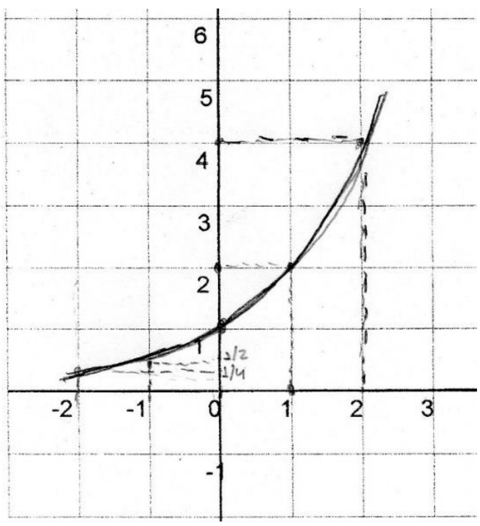
Nesta atividade participaram as 20 duplas, e as duas primeiras funções eram de forma simples do tipo $f(x) = 2^x$ e $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, por avaliarmos que não teriam dificuldades em esboçar o gráfico de ambas as funções.

Na folha de atividade o aluno teria que preencher uma tabela contendo as funções do qual o mesmo iria construir o gráfico, e a cada função era sugeridos alguns valores para x e era solicitado o valor correspondente de x, ou seja, f(x), resultando o par ordenado (x,f(x)), depois marcava-se os pares ordenados encontrados no plano cartesiano, e observa-se o padrão estabelecido, dissemos as duplas, que se caso eles quisessem poderiam atribuir outros valores para x para encontrar o seu correspondente f(x) gerando outros pares ordenados, nesse caso, teriam mais êxito no gráfico.

Todas as duplas construíram as três primeiras funções de maneira correta, sendo as duas primeiras exponenciais, e a outra do segundo grau, observaram que as exponenciais tinham o mesmo padrão de curvatura, só comentaram que uma subia e a outra descia, algumas duplas perguntaram se isso tinha haver com o crescimento e decrescimento, respondemos que isso seria a próxima atividade, mas que a função exponencial apresentava aquele padrão de curvatura, ora subia ora descia, conforme o comentário dos mesmos e as observações a que eles chegaram no plano cartesiano, a exemplo do grupo G10 abaixo. Este grupo havia feito numa folha de rascunho e depois transcrito para a folha de atividade, porém cometeram uma troca ao preencher o campo reservado para $f(x) = 2^x$ com o campo reservado para $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, responderam corretamente ao reconhecer que eram funções exponenciais conforme o

Função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$	Valor de x	Valor de $f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$	A função é Exponencial		O gráfico da função é uma curva que passa pelo ponto (0,1), mantém o mesmo comportamento e não toca o eixo das abscissas?	
				Sim	Não	Sim	Não
$f(x) = 2^x$	-2	1/4	-2, 1/4	X		X	
	-1	1/2	-1, 1/2				
	0	1	0, 1				
	1	2	1, 2				
	2	4	2, 4				
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	-2	4/1	-2, 4/1	X		X	
	-1	2/1	-1, 2/1				
	0	1	0, 1				
	1	1/2	1, 1/2				
	2	1/4	2, 1/4				
$f(x) = x^2$	-2	4	-2, 4		X		
	-1	1	-1, 1				
	0	1	0, 1				
	1	1	1, 1				
	2	4	2, 4				

Fonte: Resposta do grupo G10 na atividade 3



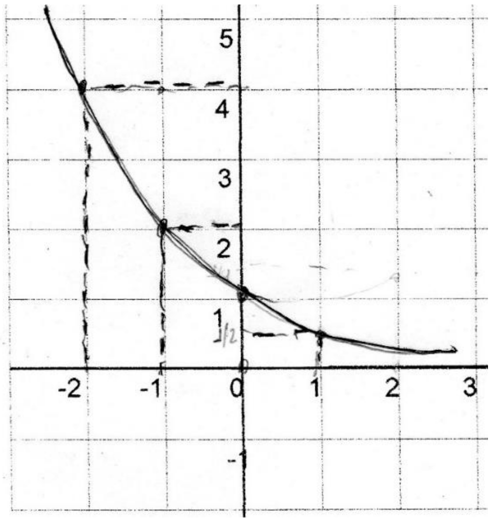
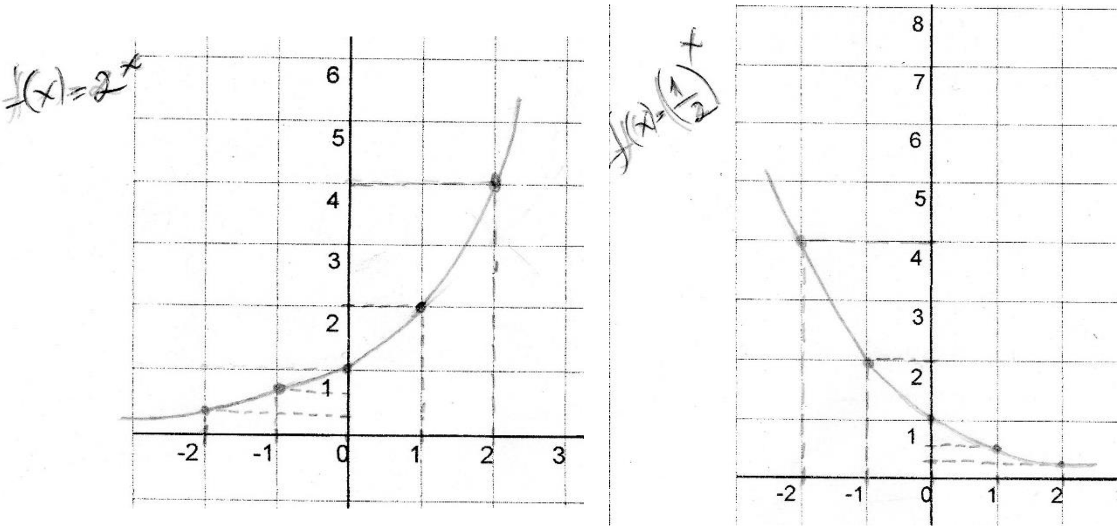


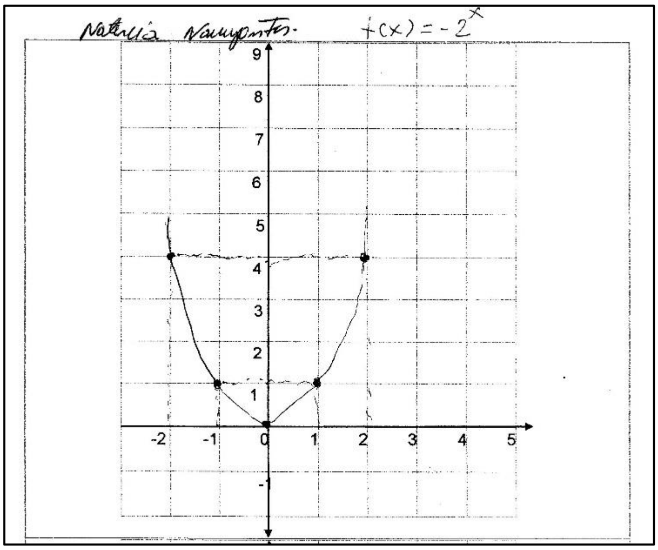
Gráfico da dupla G10 na atividade 3

A dupla G13 fez esboçou o seu gráfico de forma correta sobre as duas primeiras funções exponenciais e verbalizaram as suas observações quanto ao comportamento da curva, como vemos no gráfico e logo após a observação feita pela dupla.



Observação:
A construção do grafico e que ela obtem duas curva (Decrescente e Crescente).

Aproximadamente 30% das duplas não conseguiram esboçar os gráficos ou parte deles de forma correta para algumas funções, nos casos, $f(x)=3^{x-1}$, 10% conseguiram construir o gráfico da função $f(x)= x^3$ e 50% conseguiram construir o gráfico da função $f(x)=-2^x$ por não levarem em consideração o sinal negativo da função exponencial, como exemplifica a dupla G11 abaixo



Fonte: Resposta da dupla G11

Quadro 33 – Duplas que conseguiram construir o gráfico corretamente

Função	Duplas que construíram de forma correta os gráficos	Função
$f(x) = 2^x$	Todas	A
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	Todas	B
$f(x) = x^2$	Todas	C
$f(x) = 3x - 1$	Todas	D
$f(x) = 3^{x-1}$	G1, G2, G3, G4 ,G5 ,G6, G8, G9, G10, G11, G13, G14,G15, G16	E
$f(x) = x^3$	Apenas as duplas G1 e G17	F
$f(x) = -2^x$	G1, G4, G6, G7, G8, G10, G11, G12, G13, G14	G

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

QUADRO 34: CONCLUSÃO DA ATIVIDADE 3 EM VÁLIDA, PARCIALMENTE VÁLIDA OU INVÁLIDA:

Estudantes	Conclusão	Natureza da conclusão
G1: A1 , A2	Conseguiram construir de forma correta os gráficos das funções concluindo a característica da curva da função exponencial	Válida
G2: A3 , A4	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G3: A5, A6	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G4: A7, A8	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida

G5: A9, A10	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G6: A11, A12	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G7:A13,A14	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G8: A15,A16	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G9:A17,A18	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G10: A19,A20	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G11: A21, A22	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G12: A23,A24	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G13: A25,26	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G14: A27,28	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida

G15:A29,A30	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G16: A31,A32	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G17:A33,A34	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G18: A35,A36	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G19:A37,A38	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida
G20: A39,A40	Embora não tenham construindo todos os gráficos das funções solicitadas, mas conseguiram destacar o gráfico da função exponencial e sua caraterística	Válida

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

De modo geral, a atividade 3, apesar das duplas não conseguirem esboçar o gráfico de algumas funções conforme explicitado acima, porém, no caso, das funções exponenciais as duplas conseguiram chegar no gráfico e o seu comportamento, que é o tema deste trabalho de pesquisa, neste sentido avaliamos que foi atingido o nosso objetivo que era a construção do gráfico da função exponencial conforme o título desse encontro.

Essa atividade teve a duração de 50 minutos, com o tempo de execução por dupla, variando de 30 a 50 minutos.

Quadro 35: sintese da natureza das conclusões da atividade 3

Conclusão	**Frequencia absoluta por dupla**	**%**
Válida	20	100

Parcilamente válida	-	-
Inválida	-	-
Não registrada	-	-

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Como na análise a priori o objetivo da atividade era os alunos identificarem o modelo do gráfico da função exponencial, embora os alunos não conseguiram construir de forma correta o gráfico das demais funções que não eram exponenciais, todavia, tiveram como comparar o gráfico da funções que eram exponenciais com aquelas que não eram , dando ao aluno a oportunidade de aprender as características da curva da função exponencial.

4.1. QUINTO ENCONTRO

O quinto encontro ocorreu no dia 16 de Outubro do corrente ano, chegamos na escola às 7h e 30 minutos, e os alunos estavam ainda no portão da escola para entrar, na ocasião, os mesmo me perguntaram se a atividade estava difícil, adiantamos que sempre com muita atenção qualquer atividade é compreensiva, mas naquele dia a atividade seria bem mais fácil do que as anteriores, mas que depois de aplicada a atividade eles teriam a oportunidade de fazer as suas conclusões sobre a mesma.

Entramos em sala às 7 h e 45 minutos, e contamos com a participação das 20 duplas nesta atividade, e solicitamos que se formassem as mesmas duplas das atividades anteriores, as duplas G1 e G5 comentaram que estavam satisfeitos com os seus respectivos desempenhos nas atividades, o que nos causou um entusiasmo e ficamos animados no sentido dos comentários

4.1.1. Desenvolvimento da Atividade 4

Esta atividade intitulada “Crescimento e Decrescimento da função exponencial teve como objetivo descobrir uma maneira prática de identificar quando a função exponencial é crescente ou decrescente, distribuímos entre as duplas, uma folha contendo a atividade com 10 exemplos de funções exponenciais, algumas crescentes e outras decrescentes, também receberam uma folha com os respectivos gráficos das funções que foram dadas (APÊNDICE C), as duplas deveriam observar o gráfico de cada função da atividade e preencher o quadro, que solicitava dizer se a base era maior que 1 ou se estava entre 0 e 1, em seguida verificava através do gráfico se aquela função era crescente ou decrescente. O objetivo era que as duplas associassem as funções crescentes com as bases maiores que 1, e as decrescentes com as bases entre 0 e 1.

As duplas não tiveram dificuldades em desenvolver as atividades, pois era só observar a função e o seu gráfico que já fora dada, as duplas G2, G3, G6, G8, G9 e G12 comentaram que estava fácil, disseram que os gráficos já estavam prontos e só teriam que associar a função que já estava identificada no próprio gráfico. As duplas G1 e G3 perguntaram, qual era o objetivo daquela atividade, já que tinham os gráficos prontos com as funções identificadas, explicamos a eles que era encontrar uma forma de olhar para a função exponencial e dizer se a mesma é crescente ou decrescente e encontrar uma forma de quando ela é cresdcente e quando é decrescente..

Solicitamos que as duplas observassem as duas primeiras funções que eram $f(x) = 2^x$ e $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ e os seus respectivos gráficos, a dupla G1, observou que a primeira tinha um gráfico cresdente, e na atividade solicitamos que marcassem quanto a base, marcaram que era maior que 1, no caso, da segunda função, marcaram base entre 0 e 1, e também marcaram que era decrescente. Logo as duplas perguntaram se tinha alguma relação com as bases, informamos que teriam que terminar toda a atividade e tirar as suas próprias conclusões.

No Apêndice H temos a exemplificação da dupla G1 nessa atividade.

As duplas G1 e G6 escreveram as suas conclusões logo que terminaram de preencher o gráfico como mostramos abaixo.

Conclusão: Quando a base é maior que 1 a função é crescente e quando é entre 0 e 1 a função é decrescente

Fonte: Conclusão da dupla G1 na atividade 4

Conclusão: Concluí que a base maior que 1 é crescente e a base é menor que 1 ou entre 1 e 0 é Decrescente, foi muito bom o exercício e espero que caia no provo!

Fonte: Conclusão da dupla G6 na atividade 4

Função	Duplas que responderam corretamente a atividade 4
$f(x) = 2^x$	Todas
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	Todas
$f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$	Todas, com excessões das duplas G3, G8 E G9
$f(x) = 0,8^x$	Todas
$f(x) = \sqrt{2}^x$	G4,G5,G6, G8, G9, G10, G11, G13, G14
$f(x) = 3^x$	Todas
$f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$	Todas
$f(x) = (1,5)^x$	Todas
$f(x) = 7^x$	Todas
$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	Todas

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Sobre a função $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ mostrado no quadro de conclusões, perguntamos às duplas G3, G8 e G9, qual foi a ideia da base da função que eles tiveram a respeito de ser maior ou manor que um, responderam que não tinham certeza se aquela fração representava um valor maior ou menor que 1, aproveitamos a oportunidade para auxiliarmos em identificar quando uma base, em forma de fração, era maior ou menor que 1.

Com relação a base raiz de 2 da função $f(x) = \left(\sqrt{2}\right)^x$, também as duplas que não preencheram o quadro de forma correta, disseram não ter a ideia de que era um valor maior que 1, relembramos o conceito de números irracionais e abordamos um pouco sobre o assunto, nesse caso, o problema não se encontrava precisamente em funções exponenciais, mas na identificação dos números sobre quais conjuntos numéricos pertenciam e sua localização na reta real.

QUADRO 36: CONCLUSÃO DA ATIVIDADE 4 EM VÁLIDA, PARCIALMENTE VÁLIDA OU INVÁLIDA:

Estudantes	Conclusão	Natureza da conclusão
G1: A1 , A2	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida
G2: A3 , A4	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida
G3: A5, A6	Com exceção da segunda função, as demais conseguiram perceber que o crescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G4: A7, A8	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G5: A9, A10	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G6: A11, A12	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G7:A13,A14	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida
G8: A15,A16	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G9:A17,A18	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G10: A19,A20	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G11: A21, A22	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida

G12: A23,A24		Válida
G13: A25,26	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G14: A27,28	Com exceção da quinta função, conseguiram perceber que o crescimento ou decrescimento está ligado a base da função	Parcialmente Válida
G15:A29,A30	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida
G16: A31,A32	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida
G17:A33,A34	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida
G18: A35,A36	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida
G19:A37,A38	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida
G20: A39,A40	Conforme foi dito na análise a priori conseguiram relacionar o crescimento ou decrescimento com a base da função exponencial	Válida

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

QUADRO 37: sintese da natureza das conclusões da atividade 4

Conclusão	**Frequencia absoluta**	**%**
Válida	30	75%
Parcialmente válida	10	25%

Inválida	-	
Não registrada	-	

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Conforme as análises a priori os alunos conseguiram perceber que o crescimento e o decrescimento da função exponencial está diretamente ligado à base da função, ou seja, ao preencher o quadro que foi de fundamental importância para acompanhar o quadro de gráfico e, de acordo que preenchiam concluíram que sempre que a base era maior que 1 estavam adiante de uma função exponencial rescente, e quando a base estava entre 0 e 1, estavam diante de uma função decrescente, ainda observando os resultados vimos que algumas duplas cometeram erro ao analisar crescimento ou decrescimento da função cuja base era raiz de 2, o que demonstra que os alunos não tinham idéia da localização desse tipo de número na reta real. No demais foi atingido o objetivo da análise a priori.

4.2. SEXTO ENCONTRO

O sexto encontro ocorreu no dia 06 de Novembro do corrente ano, chegamos na escola às 7:30h, e a turma já estava a espera das atividades, pois sabiam que a aplicação era apresentada todas às segundas-feiras. Chegamos a sala os alunos foram formando as mesmas duplas das atividades anteriores. Avisamos que neste dia faria uma lista de 6 questões e alguns alunos perguntaram se tinha haver com as atividades aplicadas até aquele momento, afiramos que sim, pois era para relembrar e fixar os conteúdos já trabalhados. Os alunos demonstraram facilidade na compreensão das questões, pois lembravam das atividades anteriores juntamente com as nossas explicações quanto ao conteúdo das atividades trabalhadas relacionando com o problema.

A lista de questões tratava de reconhecimento do gráfico e seu crescimento e decrescimento e problemas cujas soluções recaíam numa exponencial.

A dupla G1 perguntou se as três aulas daquele dia seria só exercícios, respondemos que se, a turma se sair bem, e ainda restar algum tempo, poderíamos continuar com as outras atividades da aplicação.

Nesse encontro contamos com a participação de todas as duplas, e a atividade era composta por 6 questões, resolvemos com eles as questões 2, 3 e 4, enquanto que os alunos resolveram em sala as questões 1, 5 e 6.

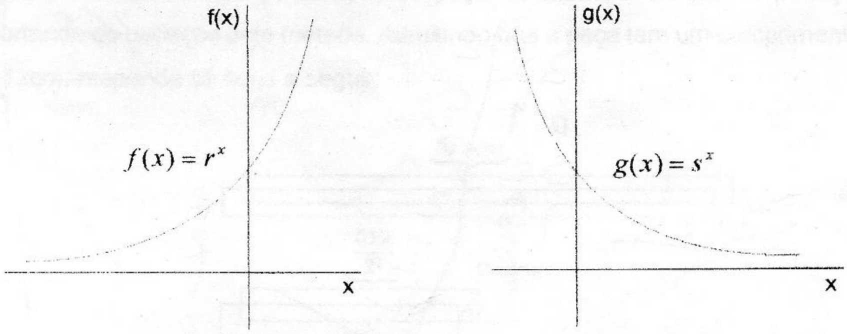
4.2.1. Desenvolvimento das atividades de aprofundamento sobre conceito de função exponencial , condição de existência e seu gráfico

Esta atividade apresentou dois modelos de gráficos das funções exponenciais sendo uma crescente e outra decrescente com os seus respectivos gráficos, solicitamos que os alunos identificassem qual delas seria crescente ou decrescente a partir do gráfico, e após essa análise cada dupla comentaria as condições das bases das funções para a condição do crescimento e decrescimento.

As Duplas G3 e G5 tiveram dúvidas sobre as bases das funções, perguntaram se havia algum valor tanto para r como para s no modelo apresentado na folha de atividades, dissemos que, havia condições apresentada no próprio modelo do exercício, onde cada dupla analisaria de acordo com o gráfico, fazendo as suas observações no tocante ao crescimento ou decrescimento, e qual seria a condição para tal comportamento da função exponencial, visto na última atividade.

Neste primeiro momento 95%, pois somente a dupla G3 não havia compreendido as condições de existência, porém as demais duplas não tiveram dificuldades como exemplificou as duplas G1 abaixo, que ao observar as curvas das funções exponenciais verificaram que no primeiro caso, sendo crescente responderam o ítem “a” da atividade, dando a condição correta $(r > 1)$ para função crescente e $(0 < s < 1)$ para a função decrescdente, demonstrando ter compreendido que a condição para crescimento e decrescimento da função está relacionada a base da função exponencial.

1. A seguir temos os gráficos das funções exponenciais definidas por $f(x) = r^x$ e $g(x) = s^x$.



De acordo com os gráficos responda:

a) f é crescente ou decrescente ?

Crescente

b) g é crescente ou decrescente ?

Decrescente

c) r > 1 ou 0< r < 1 ?

R>1

d) s > 1 ou 0 < s <1 ?

0<s<1

Como 95% responderam a atividade, pois somente a dupla G3, não havia respondido corretamente, e as duplas que responderam, relembramos a atividade anterior desenvolvida em sala de aula a cerca do crescimento e decrescimento das funções exponenciais, e portanto consideramos de ótimo rendimento este primeiro momento da atividade. O tempo de desenvolvimento desta atividade foi de 30 minutos, sendo o tempo de realização por dupla de 20 a 30 minutos.

O segundo exercício apresentou uma situação que envolvia um problema exponencial, onde mostrava uma duplicação de uma cultura de bactéria em função de cada hora, no exercício havia uma tabela para preencher acompanhando o comportamento da duplicação em cada hora.

Com o nosso auxílio eles foram preenchendo a tabela para chegar em um modelo matemático que expressasse tal comportamento, solicitamos que as duplas concluíssem o modelo matemático sem que disséssemos a eles, as duplas G1 e G8 observaram que a base é dois devido a duplicação, e o expoente era o mesmo do tempo decorrido, perguntaram se este comportamento exponencial era válido para qualquer outro valor além da duplicação, respondemos que sim. 90% das duplas conseguiram chegar na conclusão de forma correta a exemplo da dupla G3 abaixo.

2. Uma equipe de biólogos descobriram em laboratório que uma espécie de bactéria se duplica a cada hora que passa. Supondo que foi colocada em um recipiente uma bactéria responda os itens abaixo.

a) Preenchendo o quadro abaixo, qual modelo matemático que expressa a situação acima ? É uma função crescente ou decrescente ?

Tempo (horas)	Quantidade de bactérias	Quantidade em função do tempo N(t)
O horas	1 bactéria( )	
1 hora	2 bactérias	
2 horas	2^2 bactérias	
3 horas	2^3 bactérias	
t horas	2^t bactérias	$N(t)=2^t$

$N(t)=2^t$, função crescente

b) Após 6 horas quantas bactérias havia no recipiente ?

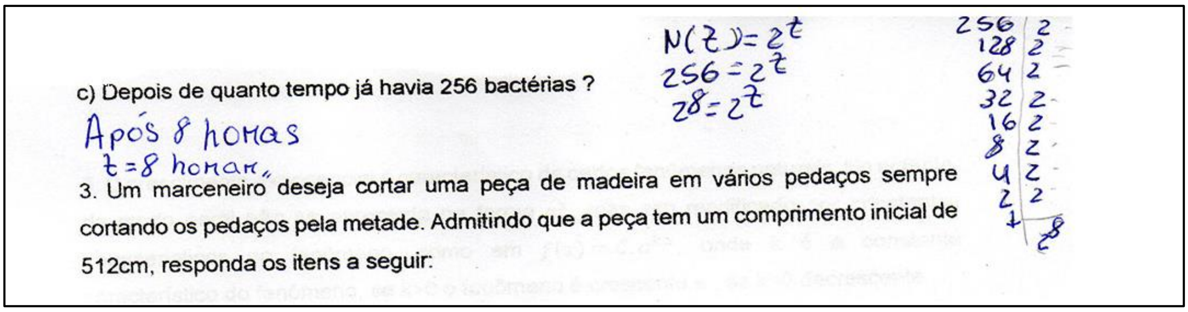
$N(6)=2^6=64$

c) Depois de quanto tempo já havia 256 bactérias ?

$N(t)=2^t$ $2^8=2^t$

$256=2^t$ $t=8$horas

Após chegar no modelo matemática, os grupos G1, G2, G3 e G6 disseram que o comportamento da quantidade de bactéria em cada hora daria uma função exponencial, a dupla G3, respondeu de forma correta o ítem “b” e “c” exemplificado a cima. No ítem “c” solicitamos que cada dupla calculasse o tempo necessário para que o número de bactérias seja de 256, como eles tinham o modelo matemático da função exponencial, fizeram uma fatoração do 256 para igualar as bases conforme a dupla G6 exemplifica abaixo.



c) Depois de quanto tempo já havia 256 bactérias ?

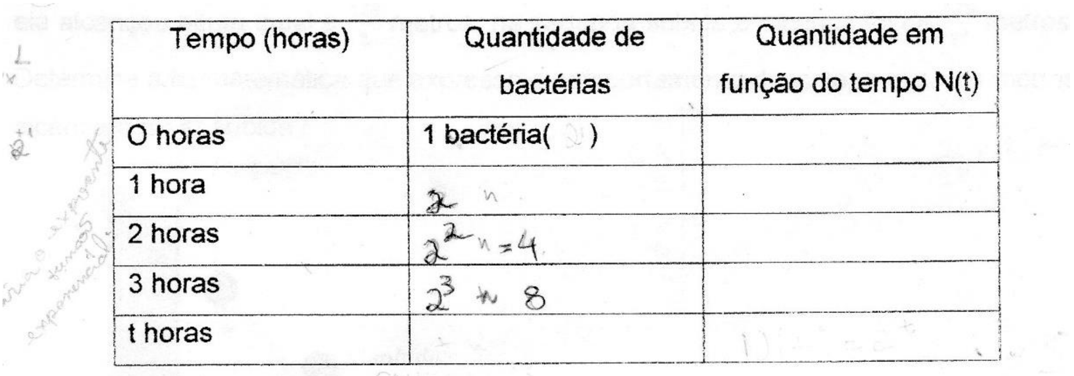
Após 8 horas
$t=8$ horas.

$N(t)=2^t$
$256=2^t$
$2^8=2^t$

256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2^8

3. Um marceneiro deseja cortar uma peça de madeira em vários pedaços sempre cortando os pedaços pela metade. Admitindo que a peça tem um comprimento inicial de 512cm, responda os itens a seguir:

A dupla G9 não conseguiu chegar no modelo matemático que expressa a duplicação da bactéria a cada hora, conforme mostramos abaixo. Perguntamos a eles o que não tinham compreendido, responderam que apenas não tinham percebido que o tempo decorrido era o mesmo do expoente na base dois.



Tempo (horas)	Quantidade de bactérias	Quantidade em função do tempo N(t)
O horas	1 bactéria( )	
1 hora	2 n	
2 horas	2^2 n=4	
3 horas	2^3 n 8	
t horas		

A tabela 9 demonstra a distribuição das duplas que chegaram no modelo matemático e responderam os itens “a”, “b” e “c”.

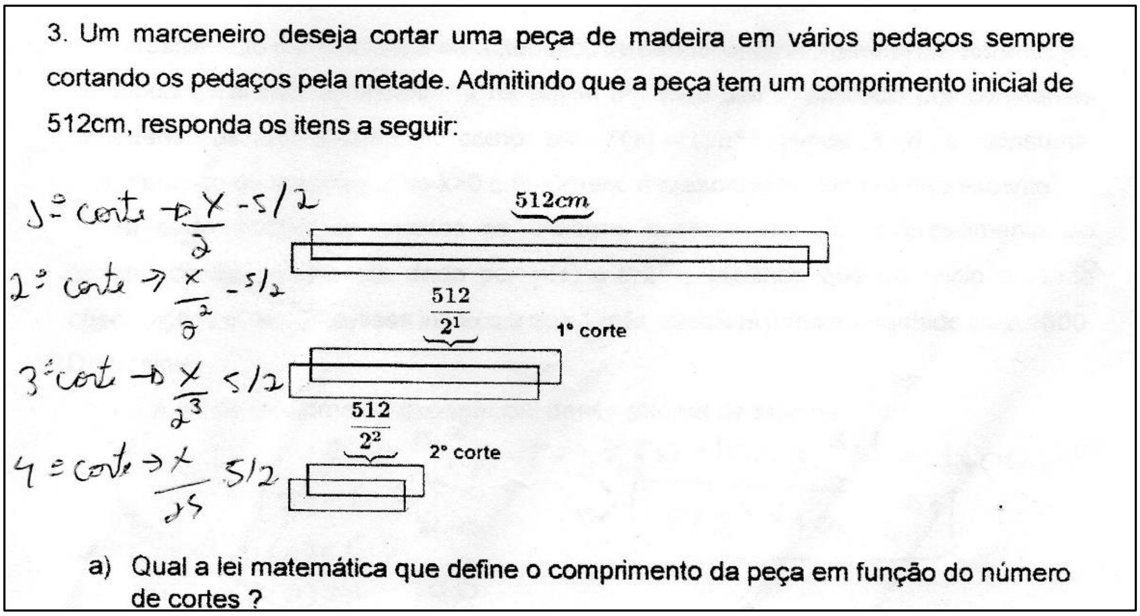
Tabela 9 – Categoria de conclusões do segundo exercício

N°	Categoria de conclusões do segundo exercício	Duplas
1	Expressou o modelo matemático $f(t)=2^t$	G1,G2,G3,G4,G5,G6,G7,G8,G10,G14,G15,G16 G17,G18,G20
2	Responderam o ítem “a”	G1,G2,G3,G4,G5,G6,G7,G8,G10,G11,G12,G13,G14,G15,G16,
3	Responderam o ítem “b”	G1,G2,G3,G4,G5,G6,G7,G8,G10,G17,G18,G19,G20
4	Responderam o ítem “c”	G1,G2,G3,G4,G5,G6,G10,G11,G12,G13,G14,G15,G16,

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O segundo exercício teve duração de 40 minutos, sendo o tempo de realização por dupla de 20 a 40 minutos. Como 95% concluíram as atividades consideramos ótimo o rendimento da turma.

O terceiro exercício apresentava a seguinte situação uma peça de madeira era cortada sempre pela metade e tinha um comprimento inicial de 512 cm, e solicitamos que os grupos, baseado no modelo do exercício anterior, encontrassem o modelo matemática para essa situação. O grupos G1, G4 e G8 comentaram que no exercício anterior multiplicava sempre por 2, e por isso, criou-se uma exponencial de base 2, e agora, como dividiriam sempre por 2, perceberam que tínhamos uma exponencial de base 1/2 e que cada corte representava o expoente, os grupos G6 e G10 afirmam que o exercício anterior deu a eles clareza desse próximo, como exemplifica o G10 abaixo.


3. Um marceneiro deseja cortar uma peça de madeira em vários pedaços sempre cortando os pedaços pela metade. Admitindo que a peça tem um comprimento inicial de 512cm, responda os itens a seguir:

1º corte → $\frac{x}{2}$ - 512

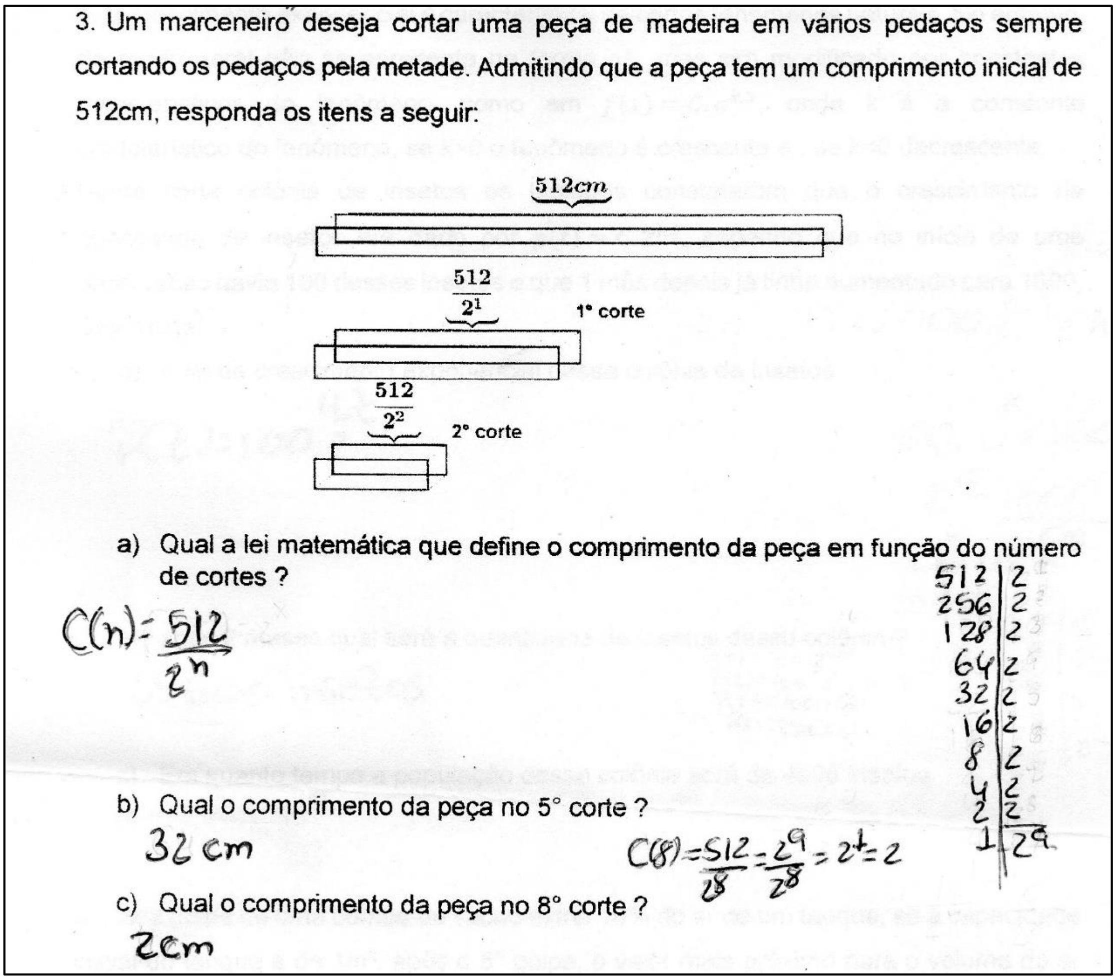
2º corte → $\frac{x}{2^2}$ - 512

3º cort → $\frac{x}{2^3}$ 512

4º corte → $\frac{x}{2^5}$ 512

a) Qual a lei matemática que define o comprimento da peça em função do número de cortes ?

A dupla G13 escreveu o modelo matemático observando a partir da figura que foi dada que o número de corte correspondia o expoente do dois abaixo da medida da peça que era 512cm, abaixo demonstramos como eles escreveram o padrão que traduz o comportamento da questão e, em seguida, para resolver os itens “b” e “c” usam o processo da fatoração para localizar o momento do corte.



3. Um marceneiro deseja cortar uma peça de madeira em vários pedaços sempre cortando os pedaços pela metade. Admitindo que a peça tem um comprimento inicial de 512cm, responda os itens a seguir:

a) Qual a lei matemática que define o comprimento da peça em função do número de cortes ?

$C(n) = \frac{512}{2^n}$

512 | 2
256 | 2
128 | 2
64 | 2
32 | 2
16 | 2
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1 | 2^9

b) Qual o comprimento da peça no 5° corte ?

32 cm

$C(8) = \frac{512}{2^8} = \frac{2^9}{2^8} = 2^1 = 2$

c) Qual o comprimento da peça no 8° corte ?

2cm

O grupo G7 comentou em sala que como a peça era sempre cortada ao meio o padrão estabelecido funcionava como uma função decrescente e, por isso, comentou ainda que a base da função era 1/2 , ou seja, entre zero e 1.

A tabela 10 indica as categorias das duplas que concluíram a atividade 3

Tabela 10 – Categoria que desenvolveram a Atividade 3

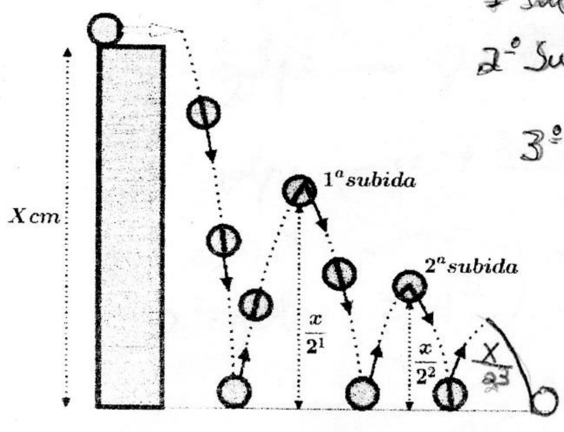
N°	Categoria de conclusões da atividade 3	Duplas
1	Modelo matemático	G1,G2,G3,G4,G5,G6,G8,G10,G11,G12,G14,G15,G16
2	Resposta ítem “b”	G1,G2,G3,G4,G5,G8,G9,G11,G12,G13,G14,G15,G16,G17
3	Resposta ítem “c”	G1,G2,G3,G4,G5,G7,G8,G9,G10,G11,G12,G13,G14,G15

Fonte:Pesquisa de campo (2017)

Este exercício teve uma duração de 30 minutos, e como todos os grupos chegaram no modelo matemático, concluimos que o rendimento dos grupos neste exercício foi ótimo.

O quarto problema também apresentava um comportamento exponencial onde havia uma figura mostrando uma bola que caía de uma certa altura e supondo que ao chocar-se com a horizontal a primeira subida alcançava uma altura igual a metade da descida, e a segunda subida, a metade da descida, e sucessivamente. Primeiro simulamos uma altura (queda) de x cm, a primeira subida seria a metade desse valor, o grupo G8 construiu o padrão desta questão em cada passo, chegando no modelo matemático conforme exemplifica abaixo.

4. Em certo experimento uma bola caiu de uma altura igual a 128 metros conforme figura abaixo, de acordo com o experimento, a altura alcançada pela bola após o choque com o piso horizontal, era sempre a metade da altura da queda, ou seja, na primeira subida ela alcançou altura igual a $\frac{128}{2}$ metros, na segunda subida o alcance foi de $\frac{128}{2^2}$ metros. Determine a lei matemática que expressa o comportamento descrito, e quantos metros alcançará na 4° subida?



1° Subida → $\frac{128}{2}$

2° Subida → $\frac{128}{2^2}$

3° Subida → $\frac{128}{2^3}$

4° Subida → $\frac{128}{2^4}$

5° Subida → $\frac{128}{2^5}$

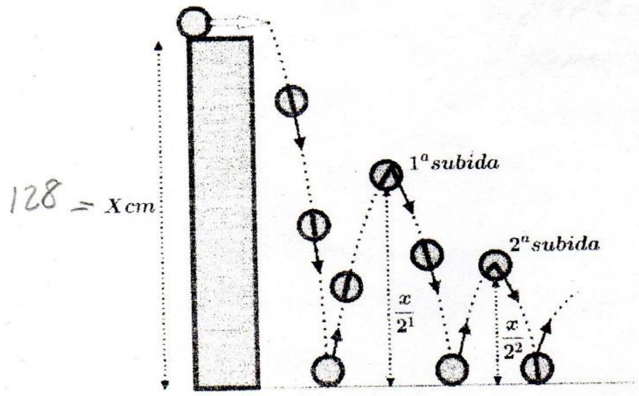
$n \rightarrow \frac{128}{2^n} = \frac{128}{16} = \frac{2^7}{2^4} = 2^3 = 8m$

$2 \times 2 \times 2 = 8$

Os grupos G1, G2, G3, G4 e G6 comentaram também que era parecido com o problema anterior e, que portanto, não tinham dificuldade de modelar o problema, o grupo G2 descreve o modelo matemático e dá a resposta do problema.

4. Em certo experimento uma bola caiu de uma altura igual a 128 metros conforme figura abaixo, de acordo com o experimento, a altura alcançada pela bola após o choque com o piso horizontal, era sempre a metade da altura da queda, ou seja, na primeira subida ela alcançou altura igual a $\frac{128}{2}$ metros, na segunda subida o alcance foi de $\frac{128}{2^2}$ metros. Determine a lei matemática que expressa o comportamento descrito, e quantos metros alcançará na 4° subida?

$C(n) = \frac{128}{2^n}$ Alcançará 8cm



C[illegible] $= \frac{128}{2^4} = \frac{2^7}{2^4} = 2^3 = 8$ cm

128 | 2
64 | 2
32 | 2
16 | 2
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1 | 2^7

Essa atividade foi realizada sem muitas dificuldades, pois percebemos que as duplas fizeram com tranquilidade encontrando o padrão proposto pelo problema. Consideramos esta atividade ótima, pois alcançamos o objetivo da mesma.O tempo de duração deste exercício foi de 20 minutos, com o tempo de execução, por dupla, variando de 15 a 20 minutos.

O quinto problema apresentava um problema exponencial, mas neste caso, já foi dado um modelo matemático que caracterizava um crescimento exponencial a respeito de uma colônia de insetos

As duplas G1, G2, G e G7 perguntaram se é comum encontrarmos exercícios de exponencial cujo modelo matemático para certos problemas já vem dado, respondemos que é muito comum para certos problemas que envolvem fenômenos naturais apresentar já o modelo matemático, mas nem sempre é dado, dependendo do problema que é dado, em alguns momentos, explicamos, o leitor deve construir o modelo que traduz o problema como vimos nos exercícios anteriores. As duplas G8 e G9, perguntaram se era mais fácil, quando se tem o modelo do fenômeno, respondemos que isso era relativo, pois depende muito do problema.

No primeiro momento lemos o problema com as duplas e auxiliamos no ítem a, já nos dois itens seguinte, ou seja, ítem “b” e “c”, as duplas fizeram, sem o nosso auxílio.

Percebemos que as duplas G1, G2, G3 e G9 fizeram as atividades com facilidade, pois como já tinham os modelos, substituíram as variáveis que lhe foram dados e calcularam o que era pedido pelo modelo matemático, temos como exemplo o cálculo da dupla G2 com relação aos itens “b” e “c”.

5. O crescimento exponencial é característico de certos fenômenos naturais. No entanto, de modo geral não se apresenta na forma a^x, mas sim modificado por constantes característicos do fenômeno, como em $f(x) = C.a^{k.x}$, onde k é a constante característico do fenômeno, se k>0 o fenômeno é crescente e , se k<0 decrescente.

Numa certa colônia de insetos os biólogos constataram que o crescimento da quantidade de insetos era dado por $\boldsymbol{p(t) = C.2^{k.t}}$, sabendo que no início de uma observação havia 100 desses insetos e que 1 mês depois já tinha aumentado para 1600.

Determine:

a) A lei de crescimento exponencial dessa colônia de insetos

$P(t) = 100 . 2^{4t}$

b) após 2 meses qual será a quantidade de insetos dessa colônia ?

$P(2) = 100 . 2^{4.2} = 100 . 256 = 25,600$ INSETOS

$100 . 2^{8}$

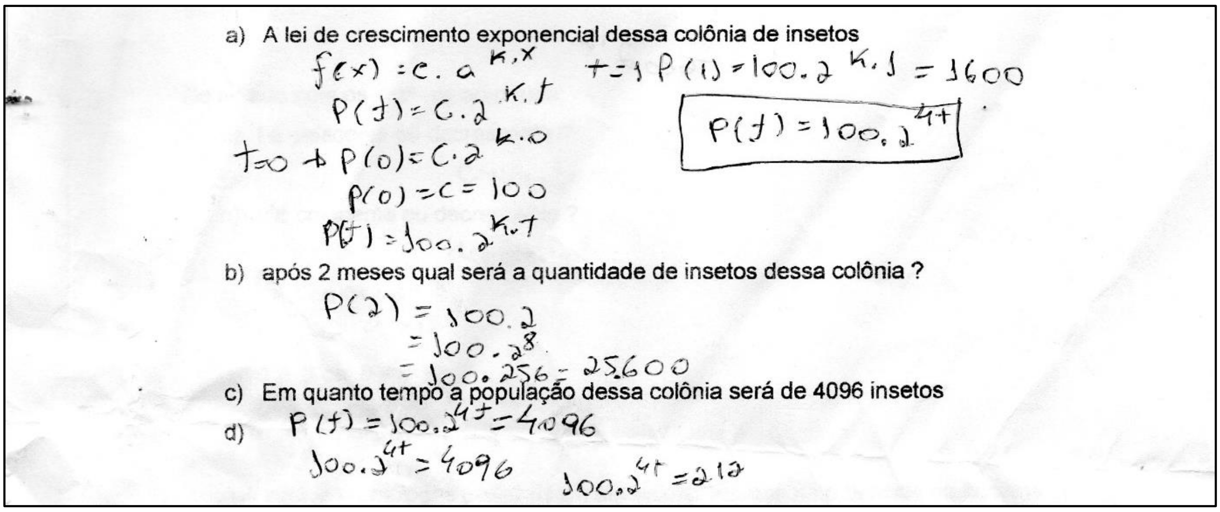
c) Em quanto tempo a população dessa colônia será de 4096 insetos

d) $P(t) = 100 . 2^{4t} = 4096$ $\quad 2^{4t} = \frac{2^{12}}{100}$ $\quad 2^{4t} = \frac{\cancel{2}.2^{10}}{50.25}$

$100 . 2^{4t} = 2^{12}$ $\quad$ 27 $\quad 2^{4t} = \frac{\cancel{2}.2^{11}}{\cancel{100}.50}$ $\quad 2^{4t} = \frac{2^{10}}{25}$

4096	2
2048	2
1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2

As duplas G4, G7 e G8 socializaram com as demais duplas que o ítem “b” pedia a quantidade de insetos após 2 meses, como no modelo, a população era calculada em função do tempo dado em meses, disseram que o “2” funcionava como domínio da função, já no ítem “c” , pedia em que momento a colônia er de 4096 insetos, acrescentaram que isso funcionava que era a imagem da função, e que agora teriam que calcular o domínio, ou seja, o tempo decorrido para esta quantidade ser alcançada. Na oportunidade aproveitamos para dizer que era exatamente daquela forma que a dupla havia comentado, abaixo temos o exemplo feito pela dupla G8.


a) A lei de crescimento exponencial dessa colônia de insetos

$f(x) = c \cdot a^{k \cdot x}$ $t = 1$ $P(1) = 100 \cdot 2^{k \cdot 1} = 1600$

$P(t) = C \cdot 2^{k \cdot t}$ $\boxed{P(t) = 100 \cdot 2^{4t}}$

$t = 0 \to P(0) = C \cdot 2^{k \cdot 0}$

$P(0) = C = 100$

$P(t) = 100 \cdot 2^{k \cdot t}$

b) após 2 meses qual será a quantidade de insetos dessa colônia ?

$P(2) = 100 \cdot 2$

$= 100 \cdot 2^8$

$= 100 \cdot 256 = 25600$

c) Em quanto tempo a população dessa colônia será de 4096 insetos

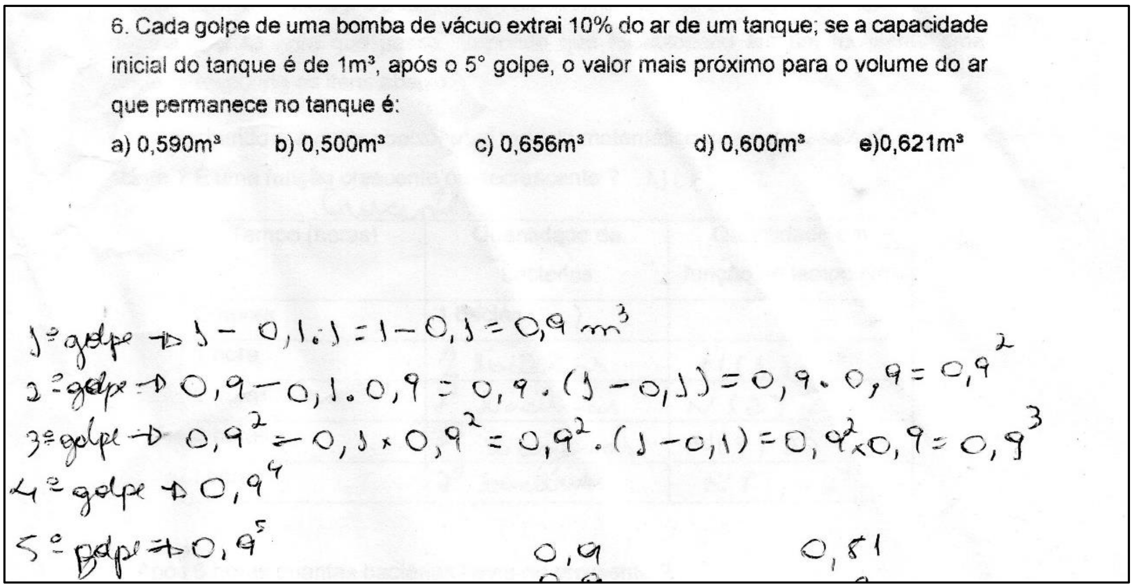
d) $P(t) = 100 \cdot 2^{4t} = 4096$

$100 \cdot 2^{4t} = 4096$ $100 \cdot 2^{4t} = 2^{12}$

Esta atividade teve ótimo rendimento visto que todos conseguiram desenvolver e chegar na resposta correta do problema. Essa atividade durou 40 minutos, com o tempo de execução da atividade, por dupla, variando de 30 a 40 minutos.

A sexta questão deste encontro, apresenta um problema de uma bomba de vácuo que extrai 10% do ar de um tanque a cada golpe que realizava, o tanque estava com 1m^3 de ar, e solicitamos na questão que se calculasse a quantidade de ar após o 5° golpe. As duplas a princípio manifestaram dificuldade na compreensão da leitura, perguntamos se as duplas tinham o domínio de porcentagem, nos responderam que conheciam o básico, logo explicamos que seria melhor transformar o percentual em número decimal, nesse sentido fizemos juntamente com eles os dois primeiros golpes, o restante eles deram continuidade.

Após explicar os dois primeiros golpes, as duplas G1, G3, G4, G5, G8 e G10 disseram ter compreendido, e o restante, afirmaram que iriam tentar fazer o restante que se pedia no problema. Abaixo temos o desenvolvimento da dupla G1.



6. Cada golpe de uma bomba de vácuo extrai 10% do ar de um tanque; se a capacidade inicial do tanque é de 1m³, após o 5° golpe, o valor mais próximo para o volume do ar que permanece no tanque é:

a) 0,590m³ b) 0,500m³ c) 0,656m³ d) 0,600m³ e)0,621m³

1º golpe → $1 - 0,1 . 1 = 1 - 0,1 = 0,9\ m^3$

2º golpe → $0,9 - 0,1 . 0,9 = 0,9 . (1 - 0,1) = 0,9 . 0,9 = 0,9^2$

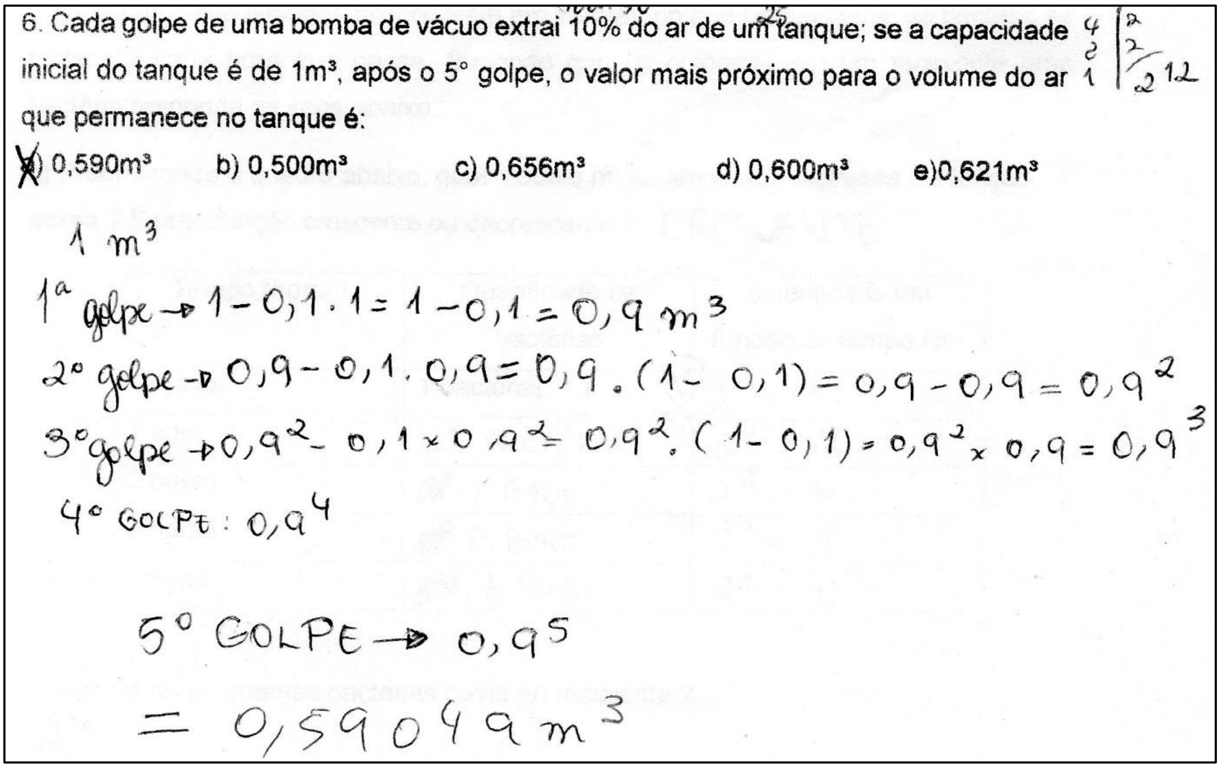
3º golpe → $0,9^2 - 0,1 \times 0,9^2 = 0,9^2 . (1 - 0,1) = 0,9^2 \times 0,9 = 0,9^3$

4º golpe → $0,9^4$

5º golpe → $0,9^5$

0,9 0,81

A dupla G10 comentou que após ser retirada 10% restavam no tanque 90% de ar no tanque, e que logo converteram esse valor em decimal dando 0,9 no primeiro golpe, e quando auxiliamos, observaram que no segundo golpe ficou $0,9^2$, neste caso, então, socializaram que, dependendo da posição a que se refere o golpe, este será o expoente do valor 0,9, portanto o valor no quinto golpe seria elevar o valor 0,9 a quinta potência, a figura abaixo exemplifica o cálculo da dupla.



6. Cada golpe de uma bomba de vácuo extrai 10% do ar de um tanque; se a capacidade inicial do tanque é de 1m³, após o 5° golpe, o valor mais próximo para o volume do ar que permanece no tanque é:

a) 0,590m³ b) 0,500m³ c) 0,656m³ d) 0,600m³ e)0,621m³

$1\ m^3$

1ª golpe → $1 - 0,1 . 1 = 1 - 0,1 = 0,9\ m^3$

2º golpe → $0,9 - 0,1 . 0,9 = 0,9 . (1 - 0,1) = 0,9 - 0,9 = 0,9^2$

3º golpe → $0,9^2 - 0,1 \times 0,9^2 = 0,9^2 . (1 - 0,1) = 0,9^2 \times 0,9 = 0,9^3$

4º GOLPE : $0,9^4$

5º GOLPE → $0,9^5$

$= 0,59049\ m^3$

As dificuldades encontradas pelos alunos foi no segundo problema, pois no primeiro era somente para analisar se a função era resdente ou decrescente a partir do gráfico, como os mesmos já tinham ideia do crescimento e decrescimento de função afim não tivemos dificuldades neste momento, no segundo problema havia uma situação de uma cultura de bactérias, neste orientamos a preencher nos primeiros momentos depois pedimos para que eles(os alunos) mesmos começassem a preencher, e observaram que reaía numa potência, e que variava somente o expoente, mas a base continuava a mesma, então neste momento pedimos para transoformarmos num padrão, chamariamos de x o que variava no expoente sendo base 2 e a resposta de y, ou seja, perceberam que y era encontrado em função de x.

Como os demais casos tinha o mesmo raciocínio, pois trava-se de um corte de madeira sempre pela metade, viram que a base passava a ser sempre 1/2 , também perceberam que no primeiro caso, a função era crescente, pois a base era maior que 1, e no segundo problema tinha uma base 1/2, neste caso função decrescente, o outro problema tratava-se de uma bola em queda livre que ao chocar-se no chão cubia sempre uma altura metade da descida, também perceberam orientado pelos exercícios anteriores que também tratava-se de uma exponencial de base 1/2.

O último problema tivemos uma certa dificuldade, pois envolvia porcentagem, mas orientamos nos primeiros momentos os alunos a trabalhar com porcentagem transformando-a em números decimais e aplicando nos dois primeiros passos até que eles chegaram no padrão, perceberam também que acabara numa exponencial, e neste caso decrescente.

4.1. SÉTIMO ENCONTRO

Este encontro ocorreu no dia 08 de Novembro numa quarta-feira,dois dias depois do sexto encontro, isto porque tivemos duas segundas-feiras de Outubro que não ocorreram as aplicações, pois em um deles havia sido jogos internos da escola, o outro foi (recírio[1]), e contou com a presença de 37 alunos, ou seja, tivemos 18 duplas participando e o aluno A6 fazendo individualmente. Solicitamos a formação das mesmas duplas das atividades anteriores, e distribuímos a folha de atividade. Esta atividade intitulada “ Elementos da imagem da função exponencial” tinha como

[1] Recírio é um evento religioso de origem católica que acontece todos os anos em Belém do Pará a cada segundo domingo do mês de Outubro

finalidade levar o aluno a descobrir que quando a diferença entre os valores do domínio é uma constante, a razão entre os respectivos valores das imagens também é uma constante.

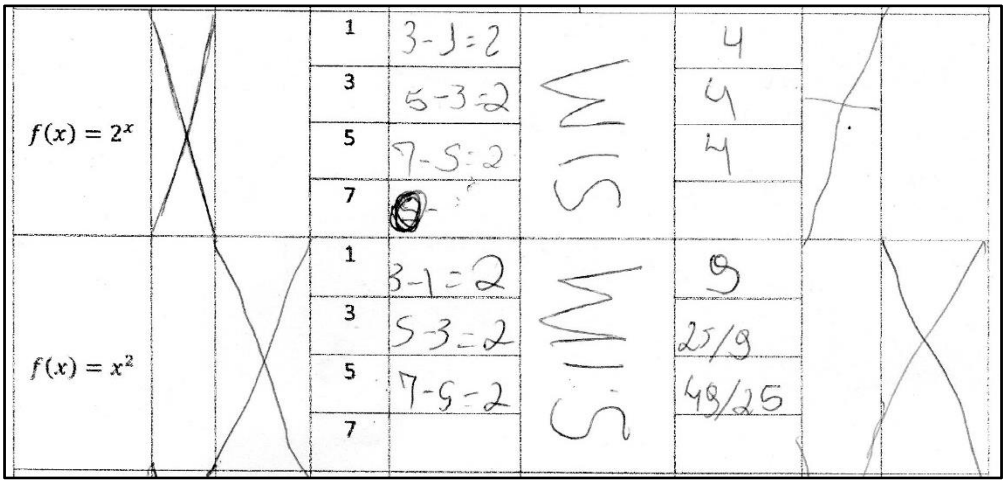
Às duplas,perguntamos se eles conheciam progressões aritmética e geométrica, disseram que não conheciam, a dupla G5, logo perguntou se iriamos estudar outro assunto naquele momento, respondemos que não, que o assunto continua sendo função exponencial, caso, eles tivessem estudado tal assunto, ficaria muito mais simples a aplicação da atividade.

A atividade apresentava cinco funções, algumas delas funções exponenciais e, outras não, e também foram sugeridos alguns valores para a variável x na própria atividade, onde uma coluna apresentava o modelo (x_{i+1} – x_i), auxiliamos aos alunos entender este modelo, explicamos a eles que, caso o valor de i fosse 3, o modelo ficaria (x_{3+1} – x_3) finalizando em (x_4 – x_3), as duplas G5 e G14 comentaram que para qualquer valor de i sempre teríamos uma diferença entre variáveis consecutivas, explicamos que a idéia central era exatamente esta, efetuar a diferença entre valores consecutivos de x, na outra coluna da atividade, perguntávamos se essas diferenças era sempre a mesma, eles responderiam sim ou não. Do mesmo modo, numa coluna seguinte apresentávamos a razão entre valores consecutivos das imagens dos respectivos valores do domínio, e em seguida, solicitávamos se a razão era sempre a mesma. O objetivo desta atividade era, exatamente mais tarde eles entenderem o comportamento de algumas funções exponenciais do tipo $y = a.b^x$, com $a \in \mathbb{R}, e\ b \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$, sempre apresentarem essa relação no domínio com as suas respectivas imagens, a exemplos do valor de um montante em função do tempo na capitalização composta.

Abaixo temos modelo da tabela onde as duplas preencheram para chegar no nosso objetivo:

Função $f: R \longrightarrow R_+^*$	A função é Exponencial		O valor de x_i	O valor de $x_{i+1} - x_i$	O valor de $x_{i+1} - x_i$ é sempre igual		O valor de $\frac{f(x_{i+1})}{f(x_i)}$	O resultado de $\frac{f(x_{i+1})}{f(x_i)}$ é sempre igual	
	Sim	Não			Si m	Não		Sim	Não

A dupla G6 seguiu as orientações preenchendo a tabela e chegaram na conclusão do objetivo da atividade conforme as duas primeiras funções desenvolvida pela dupla, onde a primeira era exponencial e a segundo, era uma função quadrática, e verificaram que nas duas funções, as diferenças nas variáveis x era a mesma, porém somente na exponencial a razão entre as respectivas imagens era uma constante, conforme o exemplo abaixo:



Fonte: Resposta da dupla G6 na atividade 5

A dupla G6 conforme, mostramos acima, reconheceu a função exponencial, e a que não era exponencial, e as diferenças entre as variáveis x era a mesma, mas quando observamos na razão entre as respectivas imagens, somente na função exponencial funcionava, mas na outra, não acontecia.

O mesmo ocorreu com a dupla G16 nas outras três funções da atividade conforme o seu desenvolvimento abaixo:

$f(x) = 3^x$			1	2-1=1	SIM	3		
			2	3-2=1		3		
			3	4-3=1		3		
			4					
$f(x) = 3x$			2	4-2=2	SIM	2		
			4	6-4=2		3/2		
			6	8-6=2		4/3		
			8					
$f(x) = 4^x$			1	2-1=1	SIM	4		
			2	3-2=1		4		
			3					

Fonte: Resposta da dupla G16 na atividade 7

Esta atividade levou 1h e 30 minutos com um tempo médio por dupla de 70 a 80 minutos

QUADRO 38: CONCLUSÃO DA ATIVIDADE 5 EM VÁLIDA, PARCIALMENTE VÁLIDA OU INVÁLIDA:

Estudantes	**Conclusão**	**Natureza da conclusão**
G1: A1 , A2	A dupla sentiu dificuldade para entender o objetivo da atividade mesmo chegando nos valores que a tabela orientava	Parcialmente Válida
G2: A3 , A4	A dupla sentiu dificuldade para entender o objetivo da atividade mesmo chegando nos valores que a tabela orientava	Parcialmente Válida
A6	O aluno não conseguiu chegar no resultado esperado	Inválida
G4	Não participou da atividade	

G5: A9, A10	A dupla conseguiu chegar nos resultados esperados e teve a percepção de quando se varia x de maneira constante, as imagens também variam conforme uma contante	Válida
G6: A11, A12	A dupla conseguiu chegar nos resultados esperados e teve a percepção de quando se varia x de maneira constante, as imagens também variam conforme uma contante	Válida
G7:A13,A14	A dupla conseguiu chegar nos resultados esperados e teve a percepção de quando se varia x de maneira constante, as imagens também variam conforme uma contante	Válida
G8	Não participou da atividade	
G9:A17,A18	A dupla sentiu dificuldade para entender o objetivo da atividade mesmo chegando nos valores que a tabela orientava	Parcialmente Válida
G10: A19,A20	A dupla sentiu dificuldade para entender o objetivo da atividade mesmo chegando nos valores que a tabela orientava	Parcialmente Válida
G11: A21, A22	A dupla sentiu dificuldade para entender o objetivo da atividade mesmo chegando nos valores que a tabela orientava	Parcialmente Válida
G12: A23,A24	A dupla não conseguiu chegar no resultado esperado	Inválida
G13: A25,26	A dupla não conseguiu chegar no resultado esperado	Inválida
G14: A27,28	A dupla sentiu dificuldade para entender o objetivo da atividade mesmo chegando nos valores que a tabela orientava	Parcialmente Válida
G15:A29,A30	A dupla sentiu dificuldade para entender o objetivo da atividade mesmo chegando nos valores que a tabela orientava	Parcialmente Válida
G16: A31,A32	A dupla sentiu dificuldade para entender o objetivo da atividade mesmo chegando nos valores que a tabela orientava	Parcialmente válida

G17:A33,A34	A dupla conseguiu chegar nos resultados esperados e teve a percepção de quando se varia x de maneira constante, as imagens também variam conforme uma contante	Válida
G18: A35,A36	A dupla conseguiu chegar nos resultados esperados e teve a percepção de quando se varia x de maneira constante, as imagens também variam conforme uma contante	Válida
G19:A37,A38	A dupla conseguiu chegar nos resultados esperados e teve a percepção de quando se varia x de maneira constante, as imagens também variam conforme uma contante	Válida
G20: A39,A40	A dupla conseguiu chegar nos resultados esperados e teve a percepção de quando se varia x de maneira constante, as imagens também variam conforme uma contante	Válida

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Conclusão	**Frequencia absoluta por aluno**	**%**
Válida	7	37
Parcilamente válida	8	43
Inválida	3	20
Não registrada		

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Nesta atividade os alunos encontraram dificuldades conforme observamos pelos resultados, muitos perguntaram qual era o sentido da atividade, respondemos que deveriamos chegar numa conclusão que é própria da função exponencial, quando variamos os valores do domínio segundo uma constante, as suas respectivas imagens também varia de acordo com uma constante, consideramos que a atividade não teve o objetivo alcançado mesmo sendo 37% válida, mas tivemos 43% parcialmente válida.

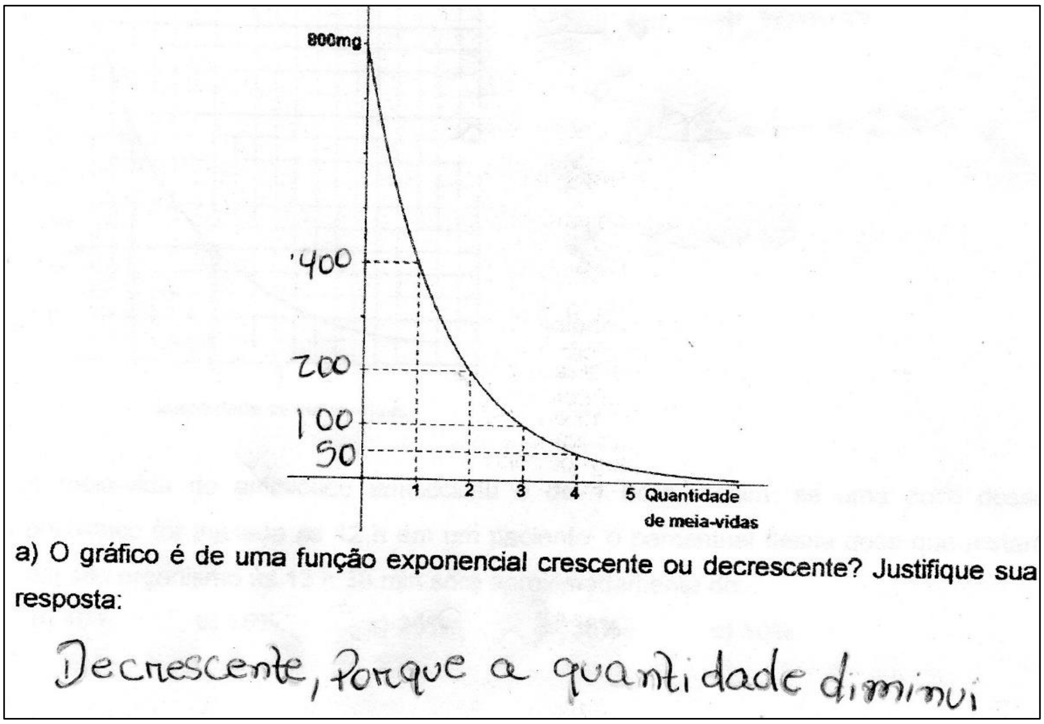
4.1. OITAVO ENCONTRO

O oitavo encontro ocorreu no dia 13 de Novembro , e contou com a participação das 20 duplas, onde trabalhamos exercícios de aprofundamento sobre meia-vida (radioatividade) e outros problemas sobre crescimento e decrescimento das funções exponenciais. Inicialmente distribuímos a folha de atividade onde tinha uma introdução sobre meia-vida , como certos elementos químicos se desintegra na natureza, tais como o urânio-238 e o rádio-226 e outros.

Solicitamos que os alunos lessem a folha que lhes foram entregues, após a leitura, algumas duplas como a G3, G7, G8 e G12 ainda estavam confusos, e fizeram algumas perguntas, como, O que seria Radioatividade (Na introdução falava a respeito da radioatividade) e também sobre núcleo energético de cada átomo radioativo, falamos um pouco para eles sobre desintegração e radioatividade, pois naquele momento fazia parte do encontro entender tal fenômeno para depois, partirmos para o modelo matemático que iria representar tal comportamento na natureza. A dupla G5 nos perguntou mais precisamente o que era meia-vida, aproveitamos aquele momento para falar a respeito para toda a turma, explicamos que cada elemento radioativo se transmuta (desintegra) a uma velocidade que lhe é característica, meia-vida (explicamos) é o tempo necessário para que a atividade radioativa seja reduzida à metade da atividade inicial, e que após o primeiro período de meia-vida, somente a metade dos átomos radioativos originais permanecem radioativo.

Solicitamos para eles responderem, após a leitura do texto que receberam e observando o gráfico, a primeira questão do encontro.

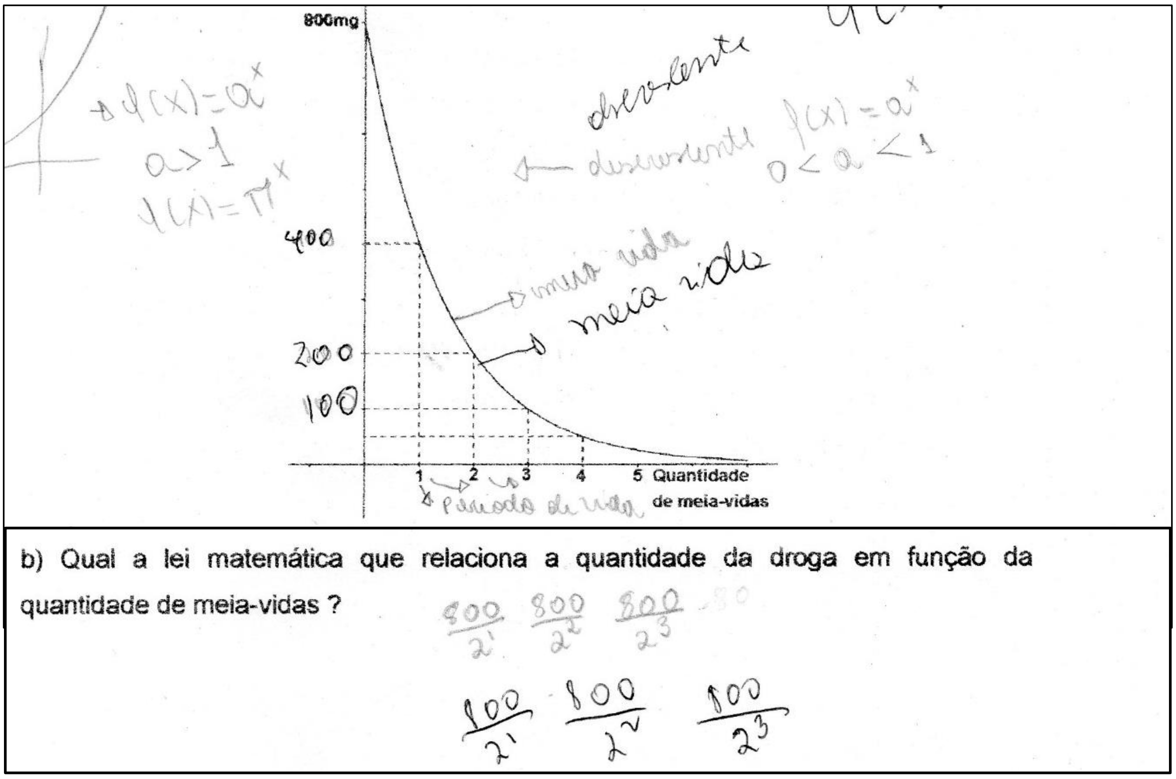
A 1° Questão, apresentava uma situação de uma espécie de droga injetada em um paciente para o tratamento de uma determinada doença, e que tal droga tinha uma duração no organismo segundo um modelo de meia-vida. Foi dado às duplas um gráfico, onde havia os períodos (5 períodos) no eixo x, e os valore que deveriam preencher no eixo y, conforme o grupo G4 respondeu na imagem abaixo:



Fonte: Resposta da dupla G4 no Exercício de Aprofundamento

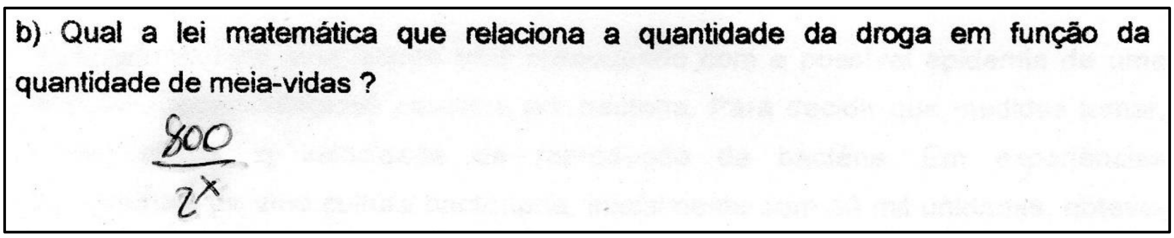
Ao observar o gráfico o G4 respondeu de forma correta quando afirma que o gráfico é decrescente e justifica em perceber que a quantidade da droga vai diminuindo no decorrer dos períodos, verificamos ainda que a dupla (G4) preencheu no eixo y os valores correspondentes para cada período de forma correta, já a cupla G13 preencheu também de forma correta, e fez o comentário que o gráfico é decrescente em cada período de vida, como também respondeu a letra “b” quando pede a lei matemática que modelo tal comportamento conforme imagem abaixo:

O grupo G13 conforme imagem acima, verificou que a quantidade da droga



variava sempre pela metade em relação a cada meia-vida, observaram que sempre dividia por dois, e o que mudava era o expoente, definindo que a quantidade de meia-vida definia o expoente da base dois.

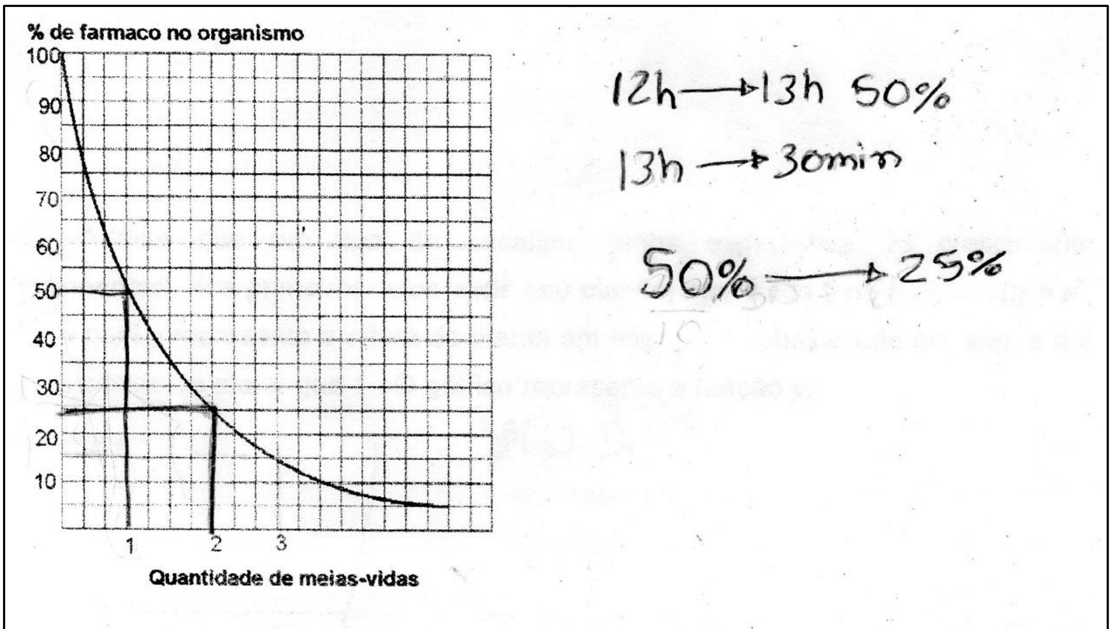
Os grupos G10, G16 e G20 comentaram que este problema era parecido com o do sexto encontro onde tínhamos uma peça de madeira que era cortada sempre pela metade, o que facilitou a compreensão desse problema e também para chegar no modelo matemático que caracteriza esse tipo de situação, pois eles comentaram que tratava-se da mesma situação, como mostra a dupla G16 no modelo matemático que chegaram.



A segunda questão, tratamos de um problema do Enem – 2007, que tratava de um problema de um tipo de fármaco cujo comportamento estava relacionada a meia-vida, incialmente as duplas ficaram apreensiva em saber que se tratava de um problema do Enem, dissemos a eles para ficarem concentrado no problema e, não na origem do problema, tranquilizamos a turma em dizer que seria o mesmo problema que eles tinham feito no anterior, só precisavam de atenção na leitura.

O problema dizia que um antibiótico chamado amoxicilina tinha meia-vida de 1 hora, e se uma dose era aplicada às 12 horas em um paciente, o percentual dessa dose no organismo injetado após 13h e 30min seria de quantos porcentos depois. O grupo G16 verificou que de 12h a 13h só restaria a metade, dissemos a eles que metade, corresponderia a quantos porcento, responderam 50%, mas disseram ainda restam 30 minutos, perguntaram se poderiam fazer uma regra de três simples, respondemos que não, pois o problema era exponencial, e não uma proporcional.

O grupo G2 comentou que após 1h só restava 50%, e que das 13h às 14h só restaria 25%, o que nos motivou a perguntar a eles, então das alternativas sugeridas pela questão, qual alternativa está entre 50% a 25%, deixamos que eles respondessem nas alternativas. O grupo G8 respondeu de forma correta e demonstraram como pensaram para chegar na alternativa correta, usaram como raciocínio também o gráfico, marcando no período período (meia-vida) a metade,ou seja 50%, depois para mais um período, a metade do que restava, 25%, então perceberam que restava uma quantidade entre 50% a 25%, o que facilitou perceber a alternativa correta, conforme o esquema que eles representaram para chegar na alternativa correta.



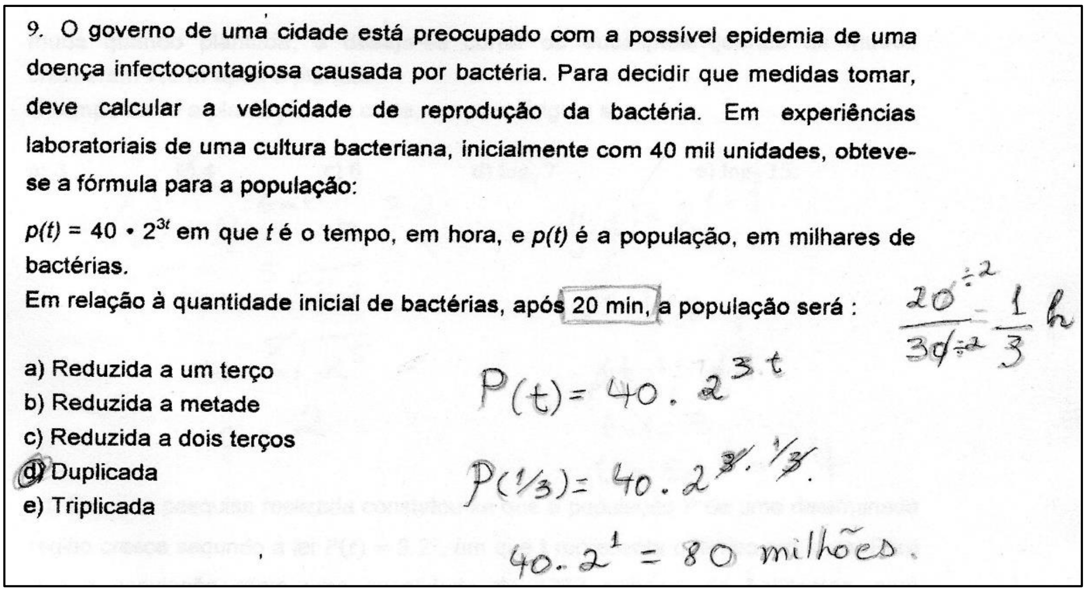
A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13 h 30 min será aproximadamente de:

a) 10%. b) 15%. c) 25%. ~~d)~~35%. e) 50%.

Fonte: Resposta do grupo G8

Na terceira questão, temos um problema que trata de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. O problema traz a lei matemática que calcula a população de bactérias em função do tempo, não tivemos dificuldades neste problema, pois tratava-se de substituir o valor da do tempo em minutos na lei matemática e calculava-se a população.

O grupo G8 , verificou que o tempo era calculado em horas, porém o tempo informado no exercício era de 20 minutos, portanto conforme foi feito pela dupla G8 o tempo foi transformado em horas para depois ser substituído na lei matemática, conforme vemos na imagem abaixo.



9. O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

p(t) = 40 • 2^{3t} em que *t* é o tempo, em hora, e *p(t)* é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após $\boxed{\text{20 min,}}$ a população será :

a) Reduzida a um terço
b) Reduzida a metade
c) Reduzida a dois terços
d) Duplicada
e) Triplicada

$\frac{20^{\div 2}}{30^{\div 2}} = \frac{1}{3}h$

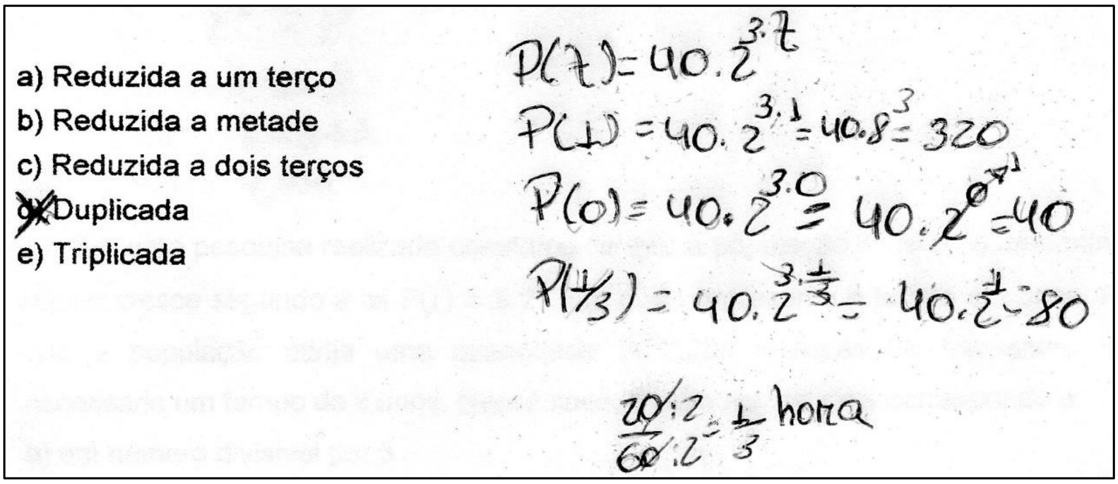
$P(t) = 40 \cdot 2^{3 \cdot t}$

$P(1/3) = 40 \cdot 2^{\cancel{3} \cdot 1/\cancel{3}}$

$40 \cdot 2^1 = 80$ milhões.

Fonte: Resposta da dupla G8

O grupo G10 também declarou não ter dificuldades com este problema, só ressaltou o detalhe de ter que transformar o tempo informado para horas, e coloca-lo em forma fracionária para melhor desempenho na resposta, conforme mostramos abaixo.



a) Reduzida a um terço
b) Reduzida a metade
c) Reduzida a dois terços
d) Duplicada
e) Triplicada

$P(t) = 40 \cdot 2^{3 \cdot t}$

$P(1) = 40 \cdot 2^{3 \cdot 1} = 40 \cdot 8 = 320$

$P(0) = 40 \cdot 2^{3 \cdot 0} = 40 \cdot 2^{0} = 40$

$P(1/3) = 40 \cdot 2^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 40 \cdot 2^1 = 80$

$\frac{20:2}{60:2} = \frac{1}{3}$ hora

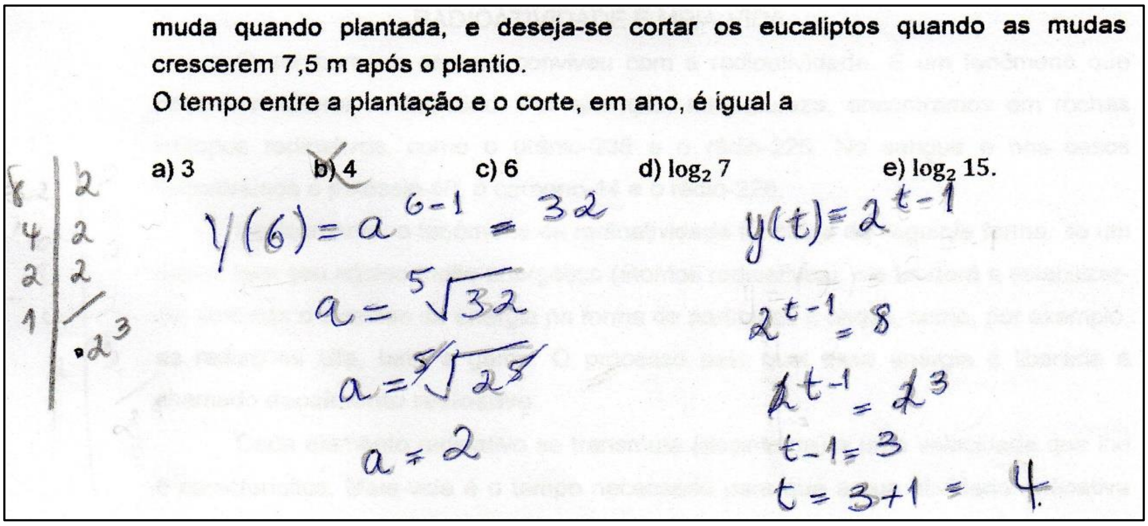
Fonte: Resposta da dupla G10

Na quarta questão temos um problema sobre o crescimento de um eucalipto, que afirma ser um crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, e era dado a lei matemática para tal crescimento, porém sem a base da exponencial, ou seja, $y(t)=a^t$. As duplas tinham o gráfico que se deu esse crescimento e alguns pontos marcados no gráfico.

Pedimos para que as duplas lessem o problema com bastante atenção, a dupla G2 comentou que teríamos que encontrar a base “a” da exponencial para depois chegar na resposta do problema, a princípio o problema exigia uma certa leitura de gráfico e interpretação que era o objetivo deste exercício, levar o aluno a interpretar informações a partir do gráfico e fazer uso dessas informações.

A dupla G6 observando o gráfico perguntou se o eucalipto tinha sido plantado já com 0,5m de altura, aproveitamos para socializar a pergunta entre as demais, as duplas G1 e G10, responderam que sim, pois o gráfico, mostrava que para t=0 a altura y era 0,5m como mostrava no gráfico, perguntamos para as demais duplas se eles concordavam, todos concordaram.

A dupla G8 chegou na resposta conforme mostra a imagem abaixo.



muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio.
O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

a) 3 **b)** 4 **c)** 6 **d)** $\log_2 7$ **e)** $\log_2 15$.

$8 \mid 2$
$4 \mid 2$
$2 \mid 2$
$1 \mid 2^3$

$y(6) = a^{6-1} = 32$
$a = \sqrt[5]{32}$
$a = \sqrt[5]{2^5}$
$a = 2$

$y(t) = 2^{t-1}$
$2^{t-1} = 8$
$2^{t-1} = 2^3$
$t-1 = 3$
$t = 3+1 = 4$

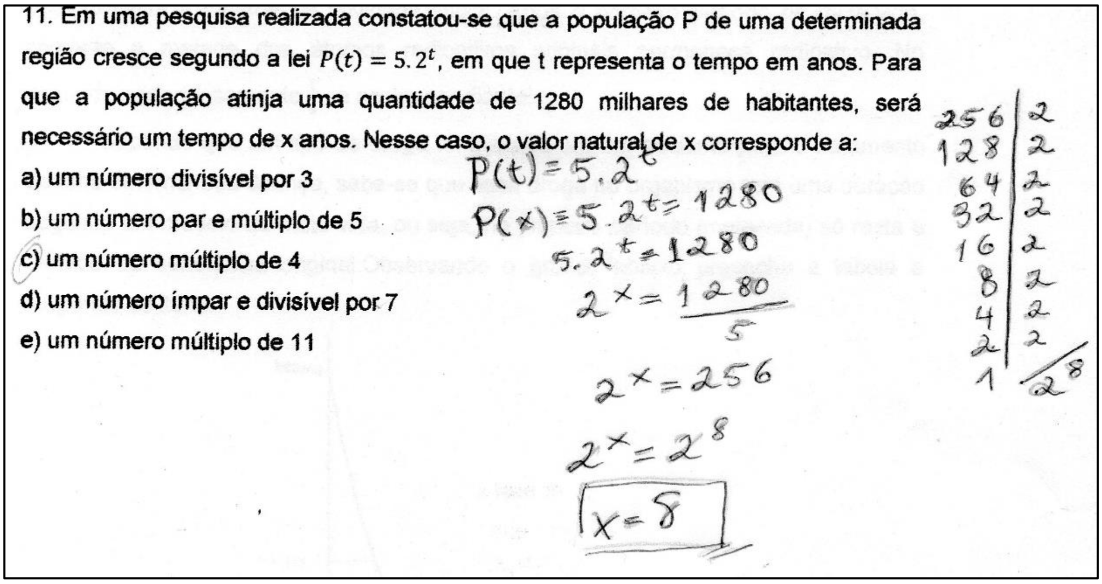
4.2. NONO ENCONTRO

O nono encontro ocorreu no dia 20 de Novembro, participaram 18 duplas mais um aluno, e teve como finalidade, a resolução das questões de aprofundamento, apresentamos o 1° problema que tratava de uma função exponencial crescente, ou seja, do crescimento populacional representada por uma função exponencial cuja lei matemática era dada. As duplas G1 e G3 perguntaram se era algo novo, dissemos que o problema tinha haver com os assuntos já abordados em sala de aula.

O problema mostrava o crescimento populacional de uma região dada pela lei $p(t) = 5.2^t$, em que t estava em anos, e p(t) era dado em milhares de habitantes.

Nessa situação, pedíamos o tempo necessário para que a população da região atingisse 1280 milhares de habitantes.

No primeiro momento explicamos a eles, que havia um determinado tempo em que a região atingiria 1280 milhares de habitantes, perguntamos as duplas, neste momento, que teríamos que encontrar “t” ou “p(t)”, as duplas G3, G5 , G14 e G20 foram as primeiras a declarar que tínhamos que encontrar o valor de “t”. O objetivo do problema era trabalhar o desenvolvimento sobre as equações exponenciais, como mostrou a dupla G4 a seguir.



11. Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5.2^t$, em que t representa o tempo em anos. Para que a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3
b) um número par e múltiplo de 5
c) um número múltiplo de 4
d) um número ímpar e divisível por 7
e) um número múltiplo de 11

$P(t) = 5.2^t$

$P(x) = 5.2^t = 1280$

$5.2^t = 1280$

$2^x = \frac{1280}{5}$

$2^x = 256$

$2^x = 2^8$

$\boxed{x = 8}$

$$\begin{array}{r|l} 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 2^8 \end{array}$$

Observamos que a dupla G4 como mostra acima, não trabalhou com a incógnita t, mas sim com a x, o que pode demonstrar que os alunos ainda estão muito acostumados com o cálculo do valor de x, porém sem influenciar no resultado, tiveram o desempenho correto em fatorar a base 256 para igual os dois lados da igualdade, mostrando o domínio básico de equações exponenciais.

Nesse problema não tivemos dificuldades com as duplas, pois tratava-se de substituir um valor na lei matemática recaindo numa solução de uma equação, como mostra a dupla G6 na sua solução a seguir.

11. Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5.2^t$, em que t representa o tempo em anos. Para que a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3

b) um número par e múltiplo de 5

~~c)~~ um número múltiplo de 4

d) um número ímpar e divisível por 7

e) um número múltiplo de 11

$P(t) = 5.2^t$

$P(x) = 5.2^x = 1280$

$5.2^x = 1280$

$2^x = \frac{1280}{5}$

$2^x = 256$

$2^x = 2^8 \rightarrow x = 8$

1280 | 5
28   256
30
-0-

256 | 2
128 | 2
64 | 2
32 | 2
16 | 2
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1 | 2^8

O segundo problema, deste encontro, mostrava um modelo exponencial, mas diferente do primeiro, este era decrescente, enquanto que no primeiro mostrava um crescimento populacional, este segundo, apresentava uma desvalorização. Perguntamos as duplas o que significava, uma desvalorização naquele momento, as duplas G10, G18 e G5 responderam que era um decrescimento.

O problema apresentava uma desvalorização de um imóvel dada pela lei $v(t) = 1000.(0{,}8)^t$, perguntamos neste problema o tempo de 2 anos, qual seria o valor do imóvel, as duplas G1, G3, G10, G12 e G15 logo comentaram que deveríamos substituir o valor 2 no valor de t, já que este representava o tempo decorrido, dissemos que estava correto. A dupla G15, acrescentou ainda, que foi dado o valor do domínio e que teríamos que encontrar a imagem, demonstrando uma compreensão do problema conforme mostraram na sua solução a seguir.

12. O valor de um certo imóvel, em reais, daqui a t anos é dado pela função $V(t) = 1000.0{,}8^t$. Daqui a 2 anos, esse imóvel sofrerá, em relação ao valor atual, uma desvalorização de:

a) R\$800,00   b) R\$640,00   c) R\$512,00   ~~d)~~ R\$360,00   e) R\$200,00

$V(t) = 1000.0{,}8^t$

$V(0) = 1000.0{,}8^0$ 1

$\boxed{1000}$

$V(2) = 1000.0{,}8^2$

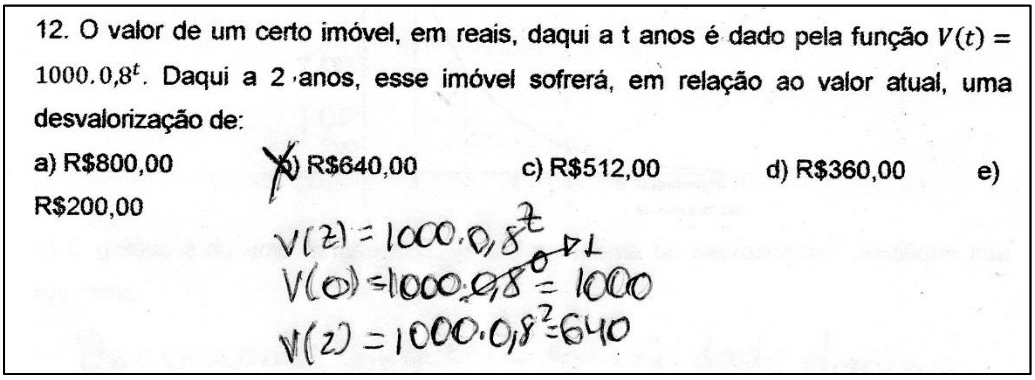
$V(2) = 1000.0{,}64$

$\boxed{640{,}00}$

1000
− 640
360

Fonte: Resposta da dupla G15

Neste problema, perguntávamos a desvalorização do imóvel em relação ao valor atual, ou seja, as duplas calculariam o valor do imóvel após 2 anos, e em seguida fariam a diferença em relação ao valor atual, verificando a desvalorização, porém algumas duplas calcularam somente o valor do imóvel após 2 anos, não observando a pergunta feita pelo problema, como mostra a dupla G8 a seguir.



12. O valor de um certo imóvel, em reais, daqui a t anos é dado pela função $V(t) = 1000.0,8^t$. Daqui a 2 anos, esse imóvel sofrerá, em relação ao valor atual, uma desvalorização de:

a) R$800,00 ~~b)~~ R$640,00 c) R$512,00 d) R$360,00 e) R$200,00

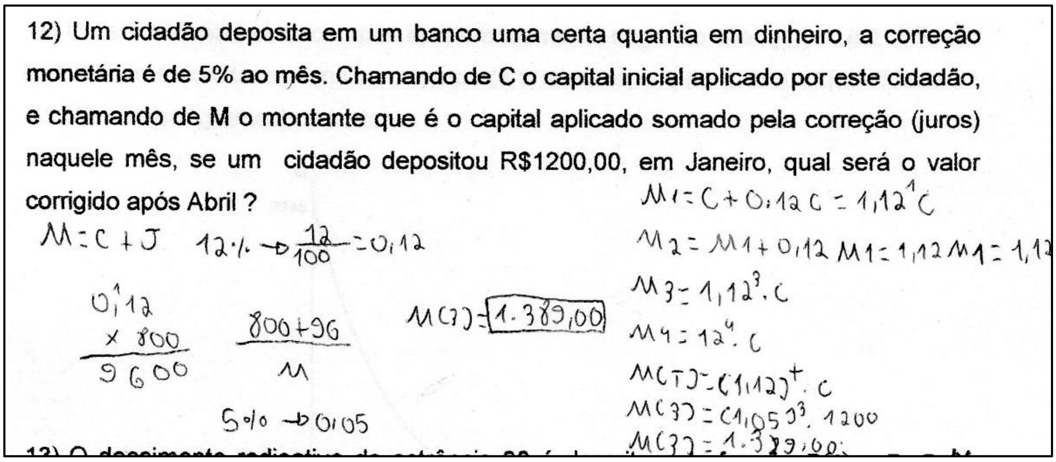
$V(2) = 1000.0,8^t \to t$

$V(0) = 1000.0,8^0 = 1000$

$V(2) = 1000.0,8^2 = 640$

Fonte: Resposta da dupla G8

O terceiro problema, ainda neste encontro, apresentamos um problema sobre capitalização, e neste caso, o juros era sempre em cima do valor atual, o que recai em um juros compostos, no primeiro momento falamos sobre o que era correção monetária e também sobre juros simples. Neste momento auxiliamos as duplas nas primeiras capitalizações com outras taxas mostrando o comportamento matemático da situação, e depois sugerimos as mesmas que continuassem o problema já com os valores apresentados no problema, como mostra a dupla G9.



12) Um cidadão deposita em um banco uma certa quantia em dinheiro, a correção monetária é de 5% ao mês. Chamando de C o capital inicial aplicado por este cidadão, e chamando de M o montante que é o capital aplicado somado pela correção (juros) naquele mês, se um cidadão depositou R$1200,00, em Janeiro, qual será o valor corrigido após Abril ?

$M = C + J$ $\quad 12\% \to \frac{12}{100} = 0,12$

$0,12 \times 800 = 9600$ $\quad \frac{800 + 96}{M}$ $\quad M(3) = \boxed{1.389,00}$

$5\% \to 0,05$

$M1 = C + 0,12C = 1,12^1 C$

$M2 = M1 + 0,12\,M1 = 1,12\,M1 = 1,12$

$M3 = 1,12^3 . C$

$M4 = 12^4 . C$

$M(T) = (1,12)^t . C$

$M(3) = (1,05)^3 . 1200$

$M(3) = 1.389,00$

Fonte: Resposta da dupla G9

Neste problema tivemos dificuldades com as duplas, pois a maioria não conseguiram assimilar o modelo matemático de uma capitalização composta,

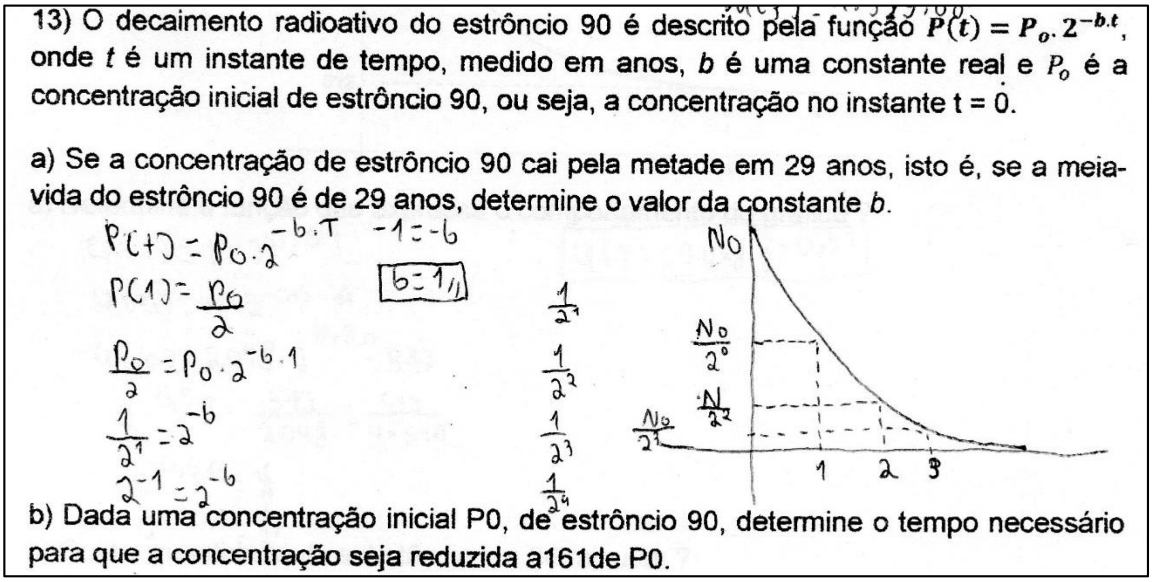
4.3. DÉCIMO ENCONTRO

Este encontro ocorreu no dia 27 de Novembro, participaram 17 duplas e mais um aluno e teve a finalidade de aplicação das questões de aprofundamento sobre decaimento e crescimento relacionado a função exponencial.

As questões deste encontro é a continuidade da folha anterior, e o primeiro problema, como foi falado, trouxe uma questão envolvendo decaimento radioativo, assunto trabalhado na atividade do 8° encontro no dia 13 de Novembro, com o objetivo de reforçar o entendimento sobre a temática.

A questão apresentava uma lei de formação exponencial e já afirmava que era um decaimento radioativo, aproveitamos a ocasião para lembrarmos sobre a atividade de decaimento.

A maioria das duplas ainda apresentavam muitas dúvidas sobre o comportamento de decaimento, pois a maioria perguntaram sobre o assunto, e nesse momento tivemos que auxiliá-los no meio da atividade ao percebermos que estavam tendo dificuldade para interpretar o período chamado meia-vida, tivemos que fazer uma explicação sobre qual a ideia de decaimento para auxiliá-los, só depois é que puderam fazer com mais clareza o problema relacioado a meia vida como mostra o grupo G10 ao tentar fazer o exercício.



13) O decaimento radioativo do estrôncio 90 é descrito pela função $P(t) = P_o . 2^{-b.t}$, onde t é um instante de tempo, medido em anos, b é uma constante real e P_o é a concentração inicial de estrôncio 90, ou seja, a concentração no instante t = 0.

a) Se a concentração de estrôncio 90 cai pela metade em 29 anos, isto é, se a meia-vida do estrôncio 90 é de 29 anos, determine o valor da constante b.

$P(t) = P_0 \cdot 2^{-b.T}$

$P(1) = \frac{P_0}{2}$

$\frac{P_0}{2} = P_0 \cdot 2^{-b.1}$

$\frac{1}{2^1} = 2^{-b}$

$2^{-1} = 2^{-b}$

$-1 = -b$

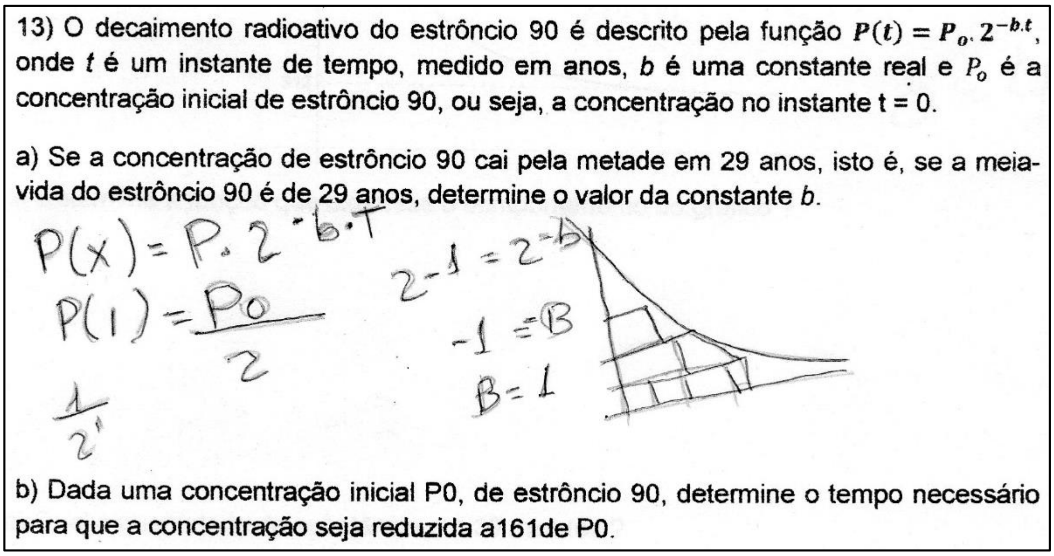
$\boxed{b = 1}$

$\frac{1}{2^1}$ $\frac{1}{2^2}$ $\frac{1}{2^3}$ $\frac{1}{2^4}$

b) Dada uma concentração inicial P0, de estrôncio 90, determine o tempo necessário para que a concentração seja reduzida a161de P0.

A exemplo do G10, os grupos G2, G3, G4, G9, G13, G17 e G19 também entenderam que todos os elementos radioativos tem o mesmo período de radioatividade (meia-vida), relembramos a turma que cada elemento radioativo tem seu período de meia-vida que lhe é característico, no caso, proposto explicamos que o estrôncio, tinha meia-vida de 29 anos.

Abaixo temos a demonstração do grupo G19 que também não conseguiu chegar na resposta do ítem a do problema.



13) O decaimento radioativo do estrôncio 90 é descrito pela função $P(t) = P_o . 2^{-b.t}$, onde t é um instante de tempo, medido em anos, b é uma constante real e P_o é a concentração inicial de estrôncio 90, ou seja, a concentração no instante t = 0.

a) Se a concentração de estrôncio 90 cai pela metade em 29 anos, isto é, se a meia-vida do estrôncio 90 é de 29 anos, determine o valor da constante b.

$P(x) = P . 2^{-b.T}$

$P(1) = \frac{Po}{2}$

$\frac{1}{2^1}$

$2^{-1} = 2^{-b}$

$-1 = B$

$B = 1$

b) Dada uma concentração inicial P0, de estrôncio 90, determine o tempo necessário para que a concentração seja reduzida a161de P0.

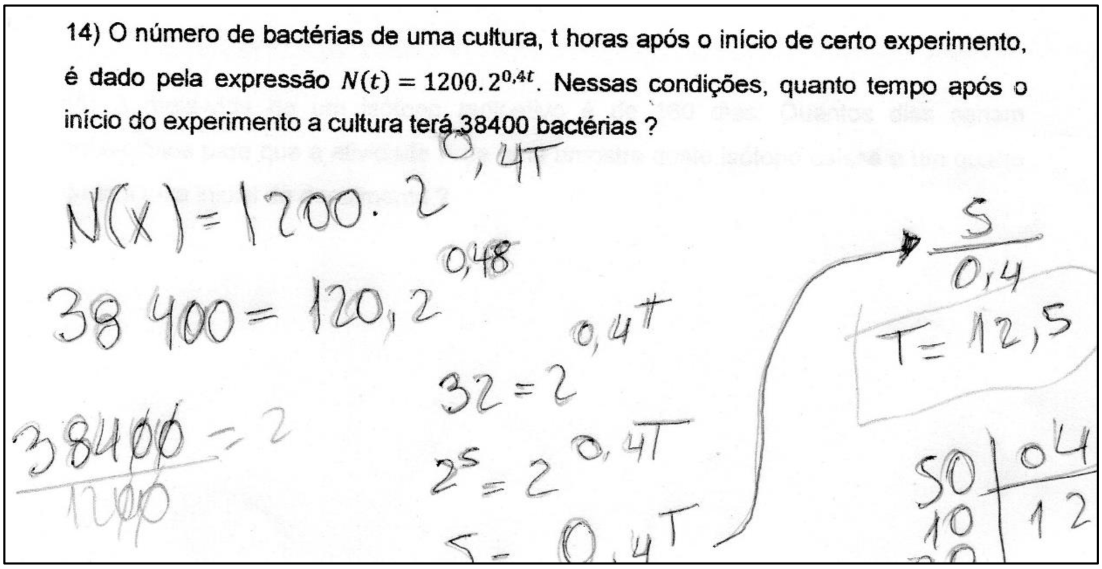
A exemplo do grupo G10 o grupo G19 também considerou o tempo igual a 1 substituindo na variável “t” da função, o grupo G8 perguntou o que seria essa unidade de período “1” , novamente relembramos que essa unidade representa um período de meia-vida que para cada elemento radioativo era diferente, no caso, do estrôncio a sua meia vida era de 29 anos

Aproveitamos o momento e perguntamos a turma o que seria, três períodos de meia-vida para o estrôncio, a dupla G7, respondeu que seria três períodos de 29 anos.

O ítem “b” do problema nenhuma dupla conseguiu chegar na resposta

O segundo problema deste encontro, apresentava uma lei de formação exponencial relacionado a uma cultura de bactérias, cuja lei era $N(t) = 1200. 2^{0,4t}$, onde N(t) representava o número de bactérias em função de t dado em horas. A pergunta do problema era o tempo necessário para que a cultura atingisse o número de 38400 bactérias, aproveitamos o momento para perguntar às duplas, qual era a quantidade inicial de bactérias. A dupla G12 se manifestou para dizer que como se tratava no início de um experimento teríamos que considerar o tempo igual a zero, respondemos que estava correto, portanto, respondeu a dupla G12, a quantidade inicial de bactérias era de 1200.

Neste exercício não tivemos dificuldades, pois eles já tinham feito exercícios parecidos a este, como mostra a solução do grupo G12.



14) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200.2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias ?

$N(x) = 1200 \cdot 2^{0,4T}$

$38\,400 = 120,2^{0,4t}$

$\frac{38400}{1200} = 2$

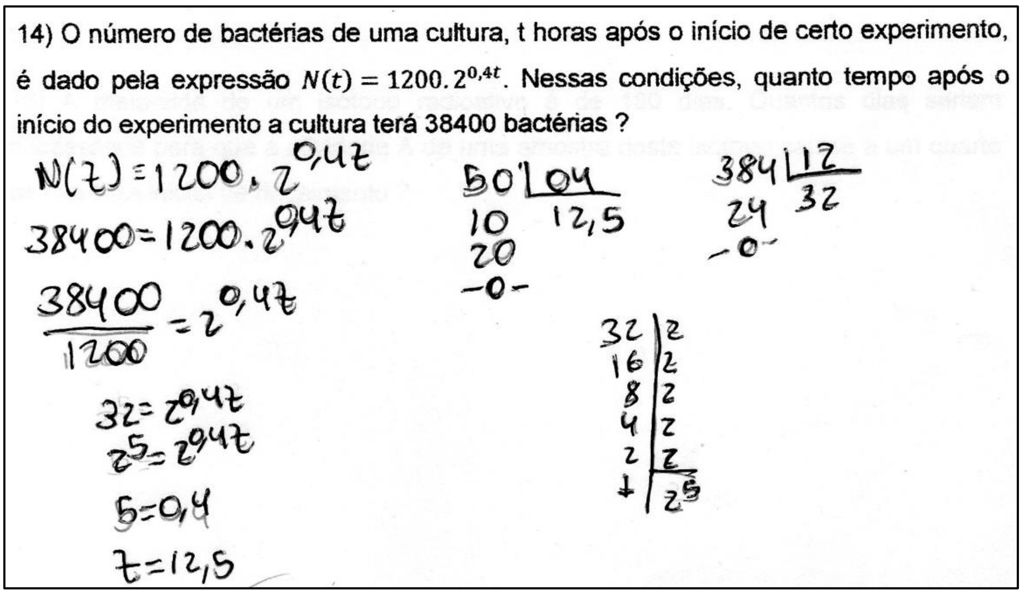
$32 = 2^{0,4t}$

$2^5 = 2^{0,4T}$

$5 = 0,4T$

$\frac{5}{0,4}$

$T = 12,5$



14) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200.2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias ?

$N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$

$38400 = 1200 \cdot 2^{0,4t}$

$\frac{38400}{1200} = 2^{0,4t}$

$32 = 2^{0,4t}$

$2^5 = 2^{0,4t}$

$5 = 0,4$

$t = 12,5$

50 | 04 → 12,5

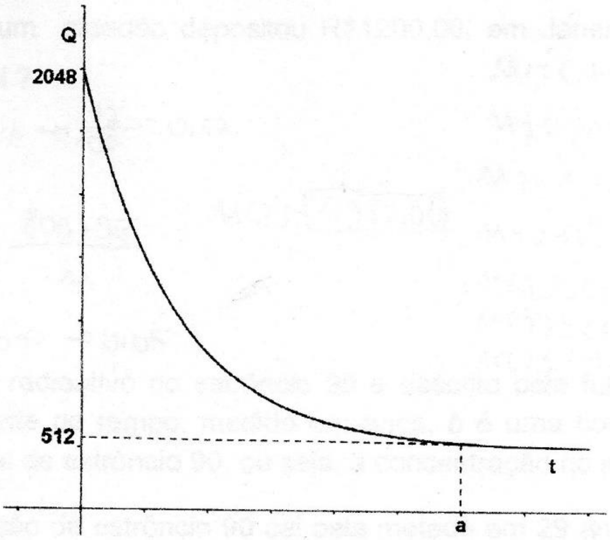
384 | 12 → 32

32 | 2, 16 | 2, 8 | 2, 4 | 2, 2 | 2, 1 | 2^5

O terceiro problema apresentava um gráfico de uma função exponencial decrescente e era dado a lei de formação dado por $Q(t) = k.2^{-0,5.t}$, que representava a quantidade de uma substância em função do tempo dado em minutos.

A questão tinha dois itens de perguntas, e no primeiro ítem pedia-se para as duplas definirem a função, ou seja, encontrar o valor da constante k na função. Como os alunos tinham o gráfico, então a partir dos pontos dado no gráfico, as duplas chegariam no valor da constante k. A dupla G6 comentou em sala se para o tempo igual a zero, a quantidade seria 2048 conforme o gráfico, socializamos a pergunta entre as demais, e as duplas G7, G9, G15 e G18 concordaram, neste caso, sugerimos que eles substituíssem o valor de t por zero e verificassem a resposta. A dupla G8 logo chegou na resposta definindo a função conforme mostramos abaixo.

15) Uma substância se decompõe aproximadamente segundo a lei $Q(t) = k.2^{-0,5t}$, em que K é uma constante, t indica o tempo (em minutos) e $Q(t)$ indica a quantidade de substância (em gramas) no instante t.



a) Determine a função que expressa o comportamento do gráfico ?

$Q(T) = k \cdot 2^{-0,5T}$ $\boxed{Q(T) = 2048 \cdot 2^{-0,5T}}$

$Q(a) = k \cdot 2^{-0,5 \cdot a}$

$Q(a) = 2048 \cdot 2^{-0,5a} = 512$

$2^{-0,5a} = \frac{512}{2048} = \frac{512}{4 \times 512}$

$2^{-0,5a} = \frac{1}{4}$

$2^{-0,5a} = \frac{1}{2^2}$

4.2. DÉCIMO PRIMEIRO ENCONTRO

O décimo primeiro encontro ocorreu no dia 04 de Dezembro e teve como finalidade uma revisão dos assuntos abordados durante os encontros. Esta revisão foi composta de uma seção de dez questões (APÊNDICE D) relacionado aos assuntos trabalhados durante os encontros.

4.3. DÉCIMO SEGUNDO ENCONTRO

O décimo segundo encontro ocorreu no dia 08 de Dezembro de 2017 e correspondeu a aplicação do pós-teste. No pós-teste havia as mesmas questões do pré-teste.

5. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Essa seção é destinada à análise a posteriori e validação, cuja finalidade é analisar o conjunto de resultados obtidos na aplicação da referida sequência didática, com base nos registros das atividades realizadas pelos alunos, nos registros feito por nós sobre nossas impressões, enquanto pesquisadores do desenvolvimento do experimento didático, avaliando os pontos positivos e negativos da sequência aplicada e compará-la com as análises a priori realizadas.

Para validação da pesquisa utilizamos técnicas estatísticas, como o teste de hipóteses e a correlação de Pearson e análises de tabelas para encontrar (ou não) correlações entre as informações fornecidas pelos participantes com os resultados obtidos durante o processo de experimentação. Além disso, consideramos os registros das atividades realizadas pelos alunos participantes da pesquisa e o diário de campo produzido por nós para obtenção de resultados.

Para iniciar essa análise, consideramos o teste de hipótese para validação de que, com a aplicação da sequência didática houve uma melhora no desempenho dos alunos em Funções Exponenciais.

5.1 TESTE DE HIPÓTESES

O teste de hipóteses tem como finalidade provar que a hipótese da pesquisa é válida. Segundo Levin e Fox (2004) para utilizar o teste de hipótese é preciso fazer o teste unilateral para duas medições da mesma amostra. Logo, devemos determinar quem é a nossa hipótese nula, ou seja, a hipótese que é contrária a hipótese de pesquisa. A partir da razão entre as diferenças das médias e o erro do desvio padrão das médias ($t_{calculado}$), faremos a comparação com ($t_{tabelado}$), conforme Levin e Fox (2004, p.465) para realizar o referido teste.

Portanto, denotamos M_1 a média obtida pelas notas dos alunos no pré-teste e M_2 a média obtida pelos alunos no pós-teste, sendo que nossa hipótese de pesquisa é que $M_2 > M_1$. Portanto, adotamos nossa hipótese nula ($M_1 \geq M_2$), ou seja, o desempenho matemático dos alunos não melhora após a aplicação da sequência didática das funções exponenciais , enquanto que a nossa hipótese de pesquisa ($M_1 < M_2$) indica que houve uma melhora no desempenho matemático dos alunos após a sequência didática das funções exponenciais.

Para efetuar o teste de hipóteses, precisamos encontrar o valor de $t_{calculado}$ para comparar com $t_{tabelado}$, conforme Levin e Fox(2004, p. 241) que afirma se $t_{calculado} < -t_{tabelado}$, então a hipótese nula será rejeitada. Para determinar o valor de tcalculado, consideramos as notas dos alunos nos dois testes. Os testes foram compostos por 10 questões, onde cada questão valia 1 ponto, logo, a nota está no intervalo de 0 a 10, no qual gerou o quadro 39

QUADRO 39: Desempenho nos testes e a diferença entre as notas

Alunos	Notas no pré-teste (x_1)	Notas no Pós-teste (x_2)	Diferença das notas (D)	D^2
A1	0	6	6	36
A2	0	5	5	25
A3	0	4	4	16
A4	0	8	8	64
A5	0	5	5	25
A6	1	5	4	16
A7	2	6	4	16
A8	1	8	7	49
A9	1	8	7	49
A10	0	9	9	81
A11	0	6	6	36
A12	0	7	7	49
A13	0	8	8	64
A14	2	4	2	4
A15	0	3	3	9
A16	0	5	5	25
A17	0	8	8	64
A18	1	9	8	64

A19	0	7	7	49
A20	0	7	7	49
A21	0	4	4	16
A22	0	5	5	25
A23	1	3	2	4
A24	0	4	4	16
A25	0	6	6	36
A26	0	6	6	36
A27	1	9	8	64
A28	0	8	8	64
A29	0	7	7	49
A30	0	7	7	49
A31	1	6	5	25
A32	1	5	4	16
A33	0	8	8	64
A34	0	6	6	36
A35	2	3	1	1
A36	0	5	5	25
A37	0	9	9	81
A38	0	8	8	64
A39	0	8	8	64
A40	0	6	6	36

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

A partir dos dados da tabela 8, devemos calcular a média do pré-teste (M_1) e a média do Pós-teste (M_2), conforme mostramos abaixo:

$$M_1 = \frac{\sum X_1}{n} = \frac{14}{40} = 0,35 \quad \text{e} \quad M_2 = \frac{\sum X_2}{n} = \frac{251}{40} = 6,27$$

O desvio padrão das diferenças de notas (S_D) é dado por

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum D^2}{n} - (M_1 - M_2)^2} = \sqrt{\frac{1561}{40} - (0{,}35 - 6{,}27)^2} = \sqrt{50{,}86} \cong 7{,}13$$

O erro padrão ($S_{\bar{D}}$) da diferença entre as notas do Pré- e Pós-Teste, conforme Levin e Fox (2004) é dado por:

$$S_{\bar{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{n - 1}} = \frac{7{,}13}{39} \cong 0{,}18$$

O valor de $t_{calculado}$ é dado por: $t = \frac{M_1 - M_2}{0{,}18} = \frac{0{,}35 - 6{,}27}{0{,}18}$ ≅-32,8

Antes de comparar tcalculado com ttabelado, precisamos encontrar o grau de liberdade (Gl) dado por Gl = n − 1 = 39, onde n = 40 (nº de alunos participantes) e o nível de significância, que Levin, Fox (2004) recomenda 0,05 para pesquisas na área de ciências sociais e humanas. Portanto, ttabelado = 1,701, o que rejeita a hipótese nula, uma vez que $tcalculado$(−32,8) < −$ttabelado$(−1,701) e assim vale a hipótese da pesquisa que indica que houve uma melhora no desempenho dos alunos após a aplicação da sequência didática de Funções Exponenciais.

5.2. RESULTADOS DOS TESTES

Vamos considerar que C são as questões corretas, E indica as questões erradas e B as questões em branco.

Quadro 40: Desempenho individual dos alunos no pós-teste

Aluno	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
A1	C	C	C	E	C	C	C	C	E	E
A2	C	C	C	C	C	E	C	E	C	E
A3	C	C	E	C	C	E	C	C	B	B
A4	C	C	C	B	B	E	C	C	B	B
A5	C	E	C	C	C	B	B	B	E	C
A6	C	C	C	C	E	C	C	C	E	E

A7	C	C	C	E	B	B	C	C	B	B
A8	C	B	B	C	C	C	B	E	E	E
A9	C	C	E	C	E	C	B	B	B	B
A10	C	C	E	C	C	E	C	C	B	B
A11	C	C	C	C	E	E	C	C	E	E
A12	E	C	C	C	C	B	B	E	E	E
A13	C	C	C	C	E	E	C	E	E	E
A14	C	C	C	B	E	E	C	C	E	E
A15	C	C	E	C	C	E	E	B	B	B
A16	C	C	C	E	B	B	C	E	E	E
A17	C	C	E	C	E	C	C	B	C	C
A18	C	C	C	C	E	E	C	E	C	B
A19	C	C	E	C	C	C	B	C	B	C
A20	C	C	C	C	E	E	C	C	E	C
A21	C	C	E	E	C	C	E	E	C	B
A22	C	C	C	C	E	E	C	C	B	C
A23	E	C	E	E	C	C	C	B	B	B
A24	E	C	C	C	E	E	E	C	B	B
A25	C	C	C	C	E	C	C	E	C	C
A26	C	C	E	E	C	C	E	C	C	B
A27	C	C	E	E	C	E	C	C	C	C
A28	C	E	E	C	C	C	E	B	B	C
A29	E	C	C	C	E	C	C	C	E	E
A30	C	C	E	E	E	C	C	C	B	B
A31	E	C	C	C	E	E	C	C	C	B
A32	E	E	E	C	C	C	E	C	C	B

A33	C	C	C	C	E	E	C	C	C	E
A34	C	E	E	C	C	C	C	E	C	C
A35	E	C	E	E	C	C	C	C	B	B
A36	C	C	C	E	C	C	E	C	E	C
A37	C	C	E	E	C	C	C	E	B	B
A38	C	C	B	B	C	C	C	E	E	B
A39	C	C	C	C	E	E	E	C	C	C
A40	C	C	C	C	C	E	C	C	C	E

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 41: Desempenho dos estudantes

Estudantes	Acerto(%)		Erro(%)		Em branco(%)	
	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
A1	0%	60%	100%	40%	0%	0%
A2	0%	50%	100%	50%	0%	0%
A3	0%	40%	100%	60%	0%	0%
A4	0%	80%	100%	20%	0%	0%
A5	0%	50%	100%	50%	0%	0%
A6	10%	50%	70%	50%	20%	0%
A7	20%	60%	60%	40%	20%	0%
A8	10%	80%	80%	20%	10%	0%
A9	10%	80%	90%	10%	0%	0%
A10	0%	90%	100%	10%	0%	0%
A11	0%	60%	90%	30%	10%	10%
A12	0%	70%	100%	20%	0%	10%
A13	0%	80%	70%	10%	30%	10%
A14	20%	40%	80%	40%	0%	20%
A15	0%	30%	90%	60%	10%	10%
A16	0%	50%	80%	50%	20%	0%
A17	0%	80%	70%	20%	30%	0%
A18	10%	90%	80%	10%	10%	0%
A19	0%	70%	100%	30%	0%	0%
A20	0%	70%	100%	2000%	0%	10%
A21	0%	40%	90%	50%	10%	10%
A22	0%	50%	70%	50%	30%	0%

A23	10%	30%	70%	70%	20%	0%
A24	0%	40%	80%	60%	20%	0%
A25	0%	60%	90%	40%	10%	0%
A26	0%	60%	100%	40%	0%	0%
A27	10%	90%	80%	10%	10%	0%
A28	0%	80%	100%	10%	0%	10%
A29	0%	70%	90%	20%	10%	10%
A30	0%	70%	100%	20%	0%	10%
A31	10%	60%	80%	40%	10%	0%
A32	10%	50%	70%	50%	30%	0%
A33	0%	80%	100%	1000%	10%	10%
A34	0%	60%	100%	20%	0%	20%
A35	20%	30%	70%	50%	10%	20%
A36	0%	50%	70%	50%	30%	0%
A37	0%	90%	100%	10%	0%	0%
A38	0%	80%	90%	20%	10%	0%
A39	0%	80%	90%	20%	10%	0%
A40	0%	60%	80%	40%	20%	0%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

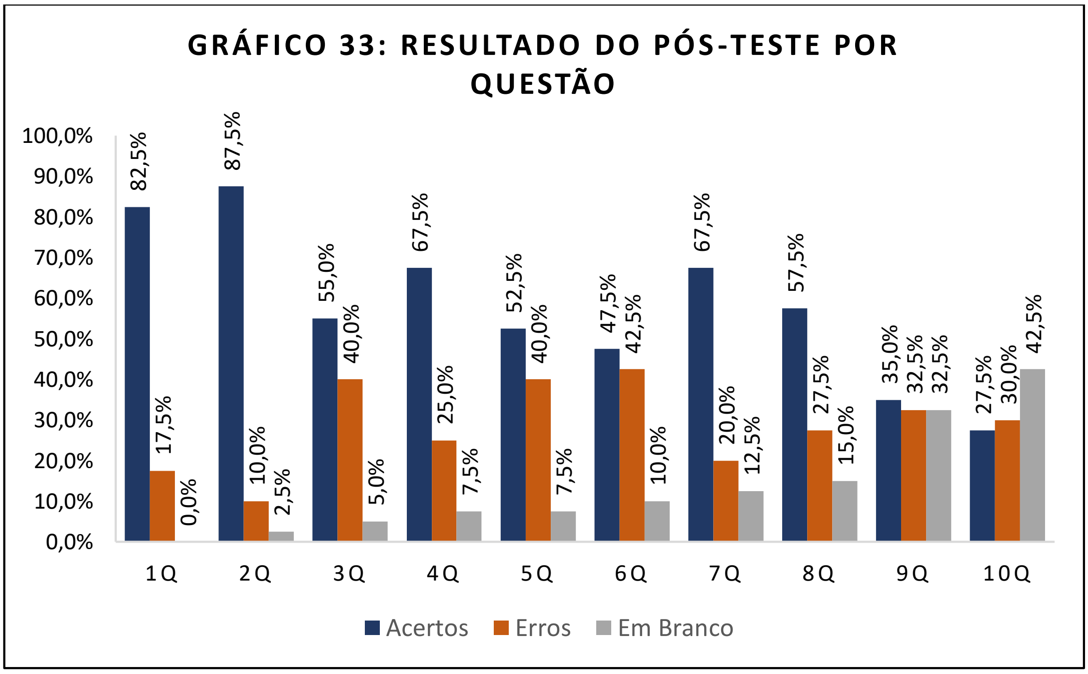
Quadro 42: Resultado do pós-teste por questão

Questões	**Acertos**		**Erros**		**Branco**	
	Valor Absoluto	**%**	**Valor Absoluto**	**%**	**Valor Absoluto**	**%**
1ªQ	33	82,5%	7	17,5%	0	0%
2ªQ	35	87,5%	4	10%	1	2,5%
3ªQ	22	55%	16	40%	2	5%
4ªQ	27	67,5%	10	25%	3	7,5%
5ªQ	21	52,5%	16	40%	3	7,5%
6ªQ	19	47,5%	17	42,5%	4	10%
7ªQ	27	67,5%	8	20%	5	12,5%
8ªQ	23	57,5%	11	27,5%	6	15%
9ªQ	14	35%	13	32,5%	13	32,5%

10ªQ	11	27,5%	12	30%	17	42,5%

Fonte:Pesquisa de campo (2017)

O gráfico 33 traz as informações como resultado do pós-teste das questões corretas, as incorretas e deixadas em branco.



Fonte : Pesquisa de campo (2017)

Ao observar o gráfico 6, verificamos que a quantidade de acertos é superior que a quantidade de erros, exceto nas questões 9 e 10, na questão 9 os alunos tinham um problema de uma função exponencial, onde a lei matemática foi dada, e na ocasião os alunos teriam que trabalhar com um expoente fracionário, o que trouxe um certo tipo de dificuldade para os mesmos.

5.3. CORRELAÇÕES DE PEARSON

A correlação de Pearson (r) é um coeficiente que estabelece um nível de relação entre variáveis analisadas cujo valor de r varia entre -1 a +1. Conforme Levin e Fox (2004, p.335) “ Com auxílio com coeficiente de Pearson (r) podemos determinar a intensidade e a direção entre as variáveis x e y”, onde dependendo de r, a relação entre as variáveis apontará a uma direção, como indica a tabela 20:

Quadro 43: Intensidade dos Coeficientes de Pearson (r)

Coeficiente de Pearson	Intensidade e direção
-1	Correlação negativa perfeita
(-1;-0,6]	Forte correlação negativa
(-0,6;-0,3)	Correlação negativa moderada
(-0,3;-0,1]	Fraca correlação positiva
(-0,1;0,1)	Não há correlação
[0,1;0,3)	Fraca correlação positiva
[0,3;0,6)	Correlação positiva moderada
[0,6;1)	Forte correlação positiva
1	Correlação positiva perfeita

Fonte: Adaptada de Levin e Fox (2004, p.234)

Logo utilizamos a Correlação de Pearson para verificar relações (ou não) entre variáveis sociais (variável x) e a diferença de notas do Pré-teste e Pós-teste (variável y), pois interpretamos que essa diferença mede a evolução dos alunos em relação as notas. Trabalharemos com as variáveis sociais “Escolaridade dos responsáveis”, “Afinidade pela Matemática”, “Dificuldades em Matemática”, “Auxílio nas tarefas de casa”, “Rede de ensino do nível fundamental dos alunos”.

O quadro 44 mostra os valores utilizados a parametrização da variável “escolaridade dos responsáveis”.

Quadro 44: Parametrização da escolaridade dos responsáveis

Escolaridade dos Responsáveis	Valor Parametrizado
Sem escolaridade ou não respondeu	1
Nível Fundamental completo ou incompleto	2
Nível Médio completo ou incompleto	3

Nível Superior completo ou incompleto	4

Fonte: Adaptada Silva (2015)

A tabela 11 mostra as colunas que serão utilizadas para efetuar a correlação r entre a variável “escolaridade dos responsáveis” e a diferença de notas.

Tabela 11: Escolaridade dos Responsáveis (valores parametrizados) x Diferença de notas

Alunos	Escolaridade dos Responsáveis	Diferença de Notas
A1	1	6
A2	1	5
A3	1	4
A4	2	8
A5	2	5
A6	3	4
A7	2	4
A8	1	7
A9	2	7
A10	2	9
A11	1	6
A12	1	7
A13	3	8
A14	3	2
A15	3	3
A16	3	5
A17	2	8
A18	3	8
A19	2	7
A20	1	7
A21	3	4

A22	3	5
A23	3	2
A24	4	4
A25	2	6
A26	1	6
A27	2	8
A28	4	8
A29	2	7
A30	2	7
A31	3	5
A32	2	4
A33	3	8
A34	3	6
A35	3	1
A36	2	5
A37	4	9
A38	1	8
A39	2	8
A40	2	6

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O quadro 45 mostra os parâmetros utilizados para a variável “Afinidade pela Matemática”.

Quadro 45: Parametrização da Afinidade pela Matemática

Afinidade	Valor Parametrizado
Não Gosto de Matemática	1
Gosta pouco de Matemática	2
Gosta Muito de Matemática	3

Fonte: Adaptada Silva (2015)

A tabela 12 mostra as colunas que serão utilizadas no cálculo da correlação entre a variável “Afinidade pela Matemática” e a diferença de notas.

Tabela 12: Afinidade pela Matemática

Alunos	Afinidade pela Matemática	Diferença de notas
A1	1	6
A2	1	5
A3	1	4
A4	2	8
A5	1	5
A6	1	4
A7	2	4
A8	3	7
A9	3	7
A10	3	9
A11	2	6
A12	3	7
A13	3	8
A14	1	2
A15	3	3
A16	1	5
A17	2	8
A18	3	8
A19	3	7
A20	3	7
A21	1	4
A22	1	5
A23	1	2
A24	1	4
A25	2	6
A26	2	6
A27	2	8
A28	2	8
A29	3	7
A30	2	7
A31	2	5
A32	3	4
A33	3	8
A34	2	6

A35	**3**	**1**
A36	**2**	**5**
A37	**2**	**9**
A38	**3**	**8**
A39	**3**	**8**
A40	**3**	**6**

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

O quadro 46 mostra a parametrização da variável “Frequência de estudo”.

Quadro 46: Parametrização da Frequência de Estudos em Matemática

Frequência de Estudo	Valor Parametrizado
Véspera de prova	1
Período de prova	2
Fins de semana	3
Alguns dias da semana	4

A tabela 13 mostra as colunas que serão utilizadas no cálculo da correlação entre a variável “Frequência de Estudos” e a diferença de notas.

Tabela 13: Frequência de estudos e diferença de notas

Alunos	Frequência de Estudos	Diferença de Notas
A1	2	**6**
A2	2	**5**
A3	2	**4**
A4	2	**8**
A5	1	**5**
A6	2	**4**
A7	1	**4**
A8	2	**7**
A9	3	**7**

A10	2	**9**
A11	2	**6**
A12	4	**7**
A13	4	**8**
A14	1	**2**
A15	2	**3**
A16	4	**5**
A17	4	**8**
A18	3	**8**
A19	3	**7**
A20	3	**7**
A21	1	**4**
A22	2	**5**
A23	1	**2**
A24	1	**4**
A25	2	**6**
A26	2	**6**
A27	3	**8**
A28	3	**8**
A29	3	**7**
A30	4	**7**
A31	1	**5**
A32	1	**4**
A33	3	**8**
A34	3	**6**
A35	1	**1**

A36	1	**5**
A37	3	**9**
A38	4	**8**
A39	2	**8**
A40	4	**6**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O Quadro 47 mostra a parametrização da variável "Dificuldades em Matemática".

Quadro 47: Parametrização da Dificuldade em Matemática

Dificuldades em Matemática	Valor Parametrizado
Muita dificuldade	1
Um pouco de dificuldade	2
Não tem dificuldade	3

A tabela 14 mostra as colunas que serão utilizadas no cálculo da correlação entre a variável "Dificuldade em Matemática" e a diferença de notas.

Tabela 14: Dificuldades em Matemática

Alunos	Dificuldades em Matemática	Diferença de notas
A1	1	**6**
A2	1	**5**
A3	3	**4**
A4	2	**8**
A5	1	**5**
A6	1	**4**

A7	2	**4**
A8	2	**7**
A9	1	**7**
A10	3	**9**
A11	1	**6**
A12	2	**7**
A13	3	**8**
A14	2	**2**
A15	3	**3**
A16	1	**5**
A17	1	**8**
A18	1	**8**
A19	2	**7**
A20	1	**7**
A21	1	**4**
A22	1	**5**
A23	2	**2**
A24	2	**4**
A25	1	**6**
A26	1	**6**
A27	2	**8**
A28	1	**8**
A29	3	**7**
A30	2	**7**
A31	1	**5**
A32	3	**4**
A33	3	**8**
A34	2	**6**

A35	3	**1**
A36	1	**5**
A37	2	**9**
A38	1	**8**
A39	3	**8**
A40	3	**6**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O quadro 48 apresenta a parametrização da variável “Rede de ensino no nível Fundamental”

Quadro 48: Parametrização da Rede de Ensino no Ensino Fundamental

Rede de Ensino no Nível Fundamental	Valor parametrizado
Municipal	1
Estadual	2
Particular	3

A tabela 15 apresenta as colunas que serão utilizadas no cálculo da correlação entre a variável “Rede de Ensino no nível Fundamental” e a diferença de notas.

Tabela 15: Rede de Ensino Fundamental

Alunos	Rede de Ensino no nível Fundamental	Diferença de Notas
A1	1	**6**
A2	1	**5**
A3	2	**4**
A4	2	**8**
A5	1	**5**
A6	2	**4**
A7	3	**4**

A8	1	**7**
A9	1	**7**
A10	1	**9**
A11	2	**6**
A12	2	**7**
A13	3	**8**
A14	3	**2**
A15	2	**3**
A16	3	**5**
A17	1	**8**
A18	3	**8**
A19	2	**7**
A20	2	**7**
A21	2	**4**
A22	1	**5**
A23	1	**2**
A24	3	**4**
A25	2	**6**
A26	1	**6**
A27	3	**8**
A28	2	**8**
A29	1	**7**
A30	2	**7**
A31	2	**5**
A32	1	**4**
A33	1	**8**
A34	2	**6**
A35	2	**1**

A36	2	**5**
A37	2	**9**
A38	2	**8**
A39	2	**8**
A40	2	**6**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Após a parametrização, com o auxílio do programa Microsoft Office Excel, utilizamos a correlações de Pearson(r), A tabela 16 indica a classificação da correlação de acordo com o valor de r encontrado.

Tabela 16: Classificação da correlação de Pearson (r)

Variável socioeconômica	Correlação de Pearson	Classificação da Correlação
Escolaridade dos Responsáveis	**-0,17**	**Forte correlação negativa**
Afinidade pela matemática	**0,45**	**Correlação positiva moderada**
Dificuldades em matemática	**0,12**	**Fraca correlação positiva**
Rede de ensino no nível fundamental dos alunos	**-0,08**	**Não há correlação**
Frequência de Estudos em Matemática	**0,71**	**Forte correlação Positiva**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Em relação aos resultados das correlações, verificamos que, com excessão, da variável “Frequência de estudos em Matemática” as demais não tiveram a classificação forte, portanto não podemos afirmar que essas variáveis interferem no desempenho dos alunos, todavia, como já ressaltamos, a variável “Frequência dos estudos em Matemática” foi a que obteve uma classificação forte, destacando-se na classificação forte positiva, o que pode indicar alguma relação entre a frequência de estudos e a diferença de notas. Nesse sentido, cabe o questionamento, se a frequência nos encontros da experimentação influenciou nos resultados do pós-teste. Portanto utilizamos a correlação de Pearson (r) entre o número de presença dos alunos na experimentação e a nota no pós-teste, o que gerou a tabela 17.

Tabela 17: N° de presença na experimentação e a nota no pós-teste

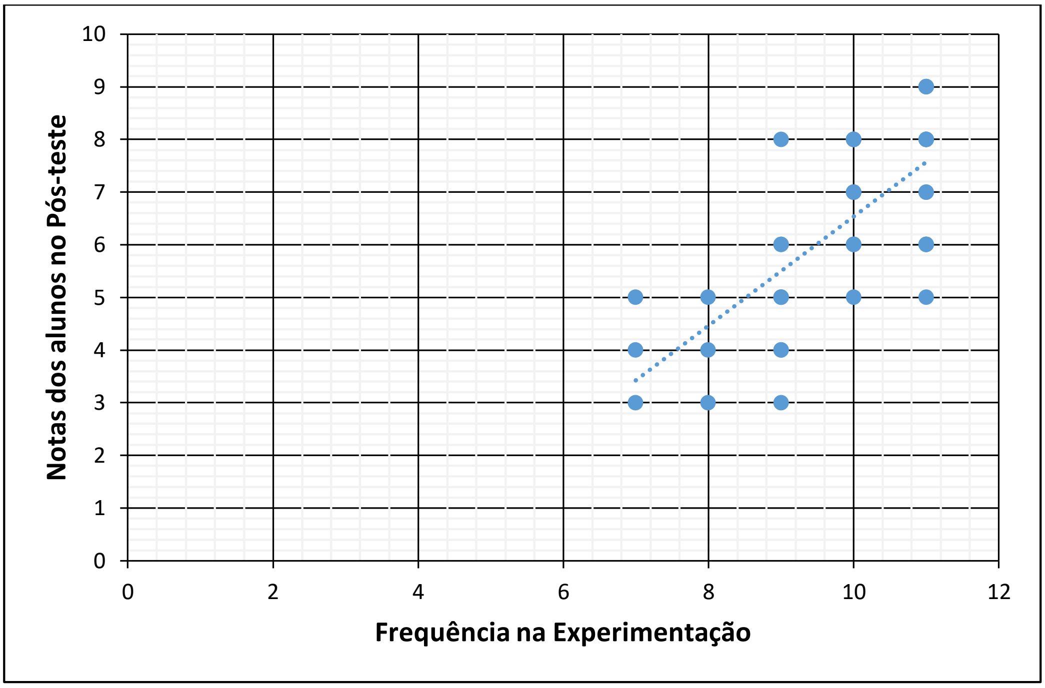
Alunos	N° de Presença na Experimentação	Notas no Pós-teste
A1	9	6
A2	9	5
A3	7	4
A4	10	8
A5	7	5
A6	9	5
A7	9	6
A8	11	8
A9	11	8
A10	11	9
A11	11	6
A12	10	7
A13	9	8
A14	9	4
A15	7	3
A16	11	5
A17	11	8
A18	11	9
A19	10	7
A20	11	7
A21	8	4

A22	10	5
A23	9	3
A24	9	4
A25	10	6
A26	11	6
A27	11	9
A28	11	8
A29	11	7
A30	10	7
A31	10	6
A32	9	5
A33	10	8
A34	10	6
A35	8	3
A36	8	5
A37	11	9
A38	10	8
A39	10	8
A40	11	6

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Ao calcularmos o valor de r, encontramos 0,71, classificando a correlação em forte positiva, portanto há uma grande relação entre a frequência nas aulas com os resultados no pós-teste. Abaixo temos a visualização do gráfico 34 referente a esse resultado da tabela 20.

Gráfico 34: Dispersão entre a frequência dos alunos e as notas no pós-teste



O gráfico 34 representa a dispersão entre a frequência dos alunos na experimentação (variável x) e as notas no pós-teste (variável y) e demonstra uma tendência a uma reta crescente, ou seja, verificamos que se os alunos tivessem uma frequência mais presente nas aulas, os resultados nos testes seriam mais satisfatório. O indicadores do teste de hipótese e das correlações apontam para uma sequência didática válida ao ensino das Funções Exponenciais, visto que os alunos apresentaram melhora nos seus desempenhos a medida que participavam das atividades apesar das dificuldades em vários pontos das mesmas.

5.4. ANÁLISE A POSTERIORI DAS ATIVIDADES APLICADAS DURANTE A EXPERIMENTAÇÃO

Após os resultados da experimentação e a demonstração dos resultados a partir das informações obtidas ao longo do processo da experimentação da sequência didática, algumas análises a posteriori foram feitas acerca das atividades. Nesse momento, a partir do rendimento das atividades e da produção de conclusões de acordo com o objetivo de cada atividade, validaremos positiva ou negativamente as atividades.

5.4.1. Sobre as atividades de abordagem dos conteúdos em Função Exponencial.

Das atividades exploratórias da primeira atividade cujo título foi “Descubra a minha regra”, verificamos que os alunos conseguiram encontrar a relação que havia entre os elementos dos conjuntos chegando numa potência de mesma base para cada par de conjuntos, o par onde os alunos mais sentiram dificuldade foi o par 6 onde teriam que chegar a conclusão que a potência era de base 7, mas os alunos comentaram que a base 7 não é muito comum nos cálculos de matemática sobre potenciação, logo todas as respostas foram consideradas válidas, pois conseguiram perceber que a variável estava no expoente mantendo-se a base constante.

Sobre a segunda atividade cujo título foi “Condição de existência da função exponencial”, observamos que quase todas as duplas conseguiram perceber a condição de existência da função no momento que quando a base era 1 e atribuíram vários valores no expoente, o resultado eram sempre uma constante, perguntamos aos alunos que tipo de função é em que todas as imagens é uma contante, responderam função constante, e no momento que havia uma função de base igual a 1/2, perceberam que havia valores para x, ou seja valores negativos, em que não havia respostas para y. Logo a maioria das duplas viram que uma função exponencial não podia ter base negativa nem igual a 1 quando se trabalha com números reais.

A atividade 3, teve como título “Construção do gráfico da Função Exponencial” e verificamos que nas duas primeiras funções toda as duplas não sentiram dificuldades na construção, com o plano cartesiano em mãos, os alunos tiveram facilidade em marcar os pares ordenados e esboçar o gráfico, perceberam que no caso das funções exponenciais a curva tinha o mesmo comportamento fazendo com que eles assimilassem como seria o gráfico da referente função. Consideramos que foi uma atividade positiva, já que todos no final compreenderam como seria o gráfico da função exponencial.

Em relação a quarta atividade da sequência didática cujo título era “Crescimento e decrescimento da função exponencial”, os alunos, de modo geral, tiveram bom rendimento, as duplas tinham a função e foi dado numa folha as respectivas imagens das funções exponenciais, e de acordo que eles faziam as comparações perceberam que aquelas em que a base era maior que 1 apresentava uma curva típica de uma função crescente, e quando a base estava entre 0 e 1, a função era decrescente, consideramos que foi uma atividade válida.

A quinta atividade da sequência cujo título era “Elementos da imagem da função Exponencial” não tivemos bom rendimento, pois o índice de conclusões válidas foi menos de 20% das duplas, o que nos fez considerar que a atividade era complexa, sendo que essa complexidade se deve aos necessários conhecimentos prévios de progressões aritméticas e geométricas e neste momento da aplicação não tinham estudado tais assuntos o que dificultou o entendimento da atividade.

5.4.2. Sobre as atividades dos exercícios de aprofundamento

As atividades de aprofundamento tiveram a finalidade de relembrar e exercitar sobre os assuntos abordados nas atividades da sequência didática, bem como, trabalhar os assuntos de forma contextualizada, além de auxiliar os alunos na resolução do teste final da experimentação. Em relação a primeira questão trabalhamos sobre o reconhecimento do gráfico da função exponencial acerca do crescimento ou decrescimento dando o gráfico e explorando sobre a base da função para tal comportamento, não tivemos dificuldades, pois os alunos lembraram da condição da base ser maior que 1, ou estar entre 0 e 1.

Sobre a segunda questão trabalhamos a duplicação de uma bactéria, que teve como finalidade demonstrar que uma duplicação em relação a um tempo dado, recaímos numa potência de mesma base para cada tempo, porém o que varia é o expoente de acordo com o tempo decorrido, não tivemos dificuldades para que os alunos cheguem numa lei de formação exponencial. Além disso nessa atividade, pedia-se o número de bactérias dando o tempo, e depois, dava-se a quantidade de bactérias para se calcular o tempo, ou seja, no primeiro dava-se o domínio para se calcular a imagem, e no segundo, dava-se a imagem para calcular o domínio, sendo que neste último foi trabalhado equações exponenciais, relembrando as fatorações de uma base, os alunos tiveram um grande aproveitamento, consideramos portanto, uma atividade positiva.

O terceiro problema trabalhou o corte de uma peça de madeira sempre pela metade, tem o mesmo foco, do exercício anterior, porém, enquanto que no primeiro recai numa exponencial crescente, neste, por sua vez, recai numa exponencial decrescente. Não tivemos dificuldades pois o exercício anterior, como foi dito, nos deu todo o entendimento para este, esta atividade foi positiva. Nesta atividade pedia-se a lei de formação.

Na quarta atividade tivemos um problema de uma bola em queda livre que ao chocar-se com a horizontal, subia até a metade da queda, e novamente subia até a metade da queda novamente e sucessivamente. Também neste problema foi trabalhado a lei de uma função exponencial, e observando a base, vimos que era decrescente, os alunos não tiveram dificuldades, pois os exercícios anteriores deram condições suficiente para que eles desenvolvessem a lei matemática, auxiliamos algumas duplas para chegarem na lei, mas a maioria teve bom entendimento, consideramos esta atividade positiva.

Na quinta atividade de aprofundamento, apresentamos um problema da extração de água de um reservatório por meio de uma bomba de vácuo, onde em cada golpe retirava-se 10%, neste problema os alunos sentiram dificuldades para trabalhar com porcentagem, nesse caso tivemos que auxiliá-los como retirar dez porcento de certa quantidade, na ocasião, demonstramos que retirando-se sempre dez porcento, recaímos numa lei exponencial de mesma base, aproveitamos para discutir que como se trata de retirada, então temos um decrescimento, os alunos observaram que a base estava entre 0 e 1, neste sentido perceberam como se trabalha com a porcentagem para este tipo de problema.

Na sexta questão tivemos um problema sobre decaimento, ou seja, uma droga injetada num paciente cuja duração no organismo era sempre a metade da quantidade para cada hora após a aplicação. Com o auxílio do gráfico,os alunos não tiveram dificuldades, pois para cada período de tempo no eixo x, eles demarcavam a metade no eixo y. Consideramos uma atividade positiva para o aprendizado

Na sétima questão tivemos uma questão abordado no Enem-2007, sobre a quantidade de meias-vidas de um fármaco no organismo. A questão apresentava um gráfico para demonstrar o comportamento da quantidade do fármaco, os alunos demonstraram seguros na interpretação pois o problema anterior dava a eles suporte para resolver este. Acompanhamos na interpretação do problema, e percebemos que a maioria tiveram bom aproveitamento

No oitavo problema trabalhamos com um problema que tratava de uma epidemia de uma doença causada por bactéria, sendo que era dado a lei de crescimento da epidemia, ou seja, os alunos tinham a lei exponencial, neste caso só teriam que aprender a manipular com as informações e substituir os valores devidos na lei matemática, a maioria tiveram êxito na questão e aquelas duplas que sentiram dificuldades auxiliamos na compreensão do problema, sendo que todos chegaram ao entendimento da questão.

O nono problema tivemos um exercício que era do mesmo tipo do exercício anterior, para fixar melhor as informações repassadas, as duplas manifestaram sentir-se mais seguro nesse problema.

Na décima questão, foi dado um gráfico, e uma lei de formação do crescimento de um eucalipto, a lei de formação apresentava algumas constantes que ainda deveriam ser descobertas com ajuda do gráfico que ao interpretar as informações do mesmo, os alunos chegariam na completa lei de formação, neste caso, tivemos uma certa dificuldade pela interpretação do gráfico, mas com o nosso auxílio os alunos chegaram na compreensão do problema.

Na décima primeira como na décima segunda questão tivemos um problema que eram dado a lei de formação exponencial onde na primeira era crescente, e na segunda, decrescente. Na primeira dava-se o valor do domínio para se calcular a imagem, na outra, dava-se a imagem para calcular o domínio, que neste caso, recaía numa equação exponencial, e os alunos lembraram de fatorar a base da exponencial para igual as bases das potências para chegarem na solução

Na décima terceira questão tivemos um problema sobre decaimento onde era dado a lei matemática do decaimento do estrôncio 90. Os alunos tiveram dificuldade neste problema, solicitamos que todos tentassem esboçar o gráfico da situação lembrando do comportamento da meia-vida de um elemento radioativo. Neste momento o problema apresentava uma lei de formação, mas com algumas constantes ainda deveriam ser calculadas através das informações dada no problema, a maioria apresentou dificuldade para resolver este problema, poucas duplas conseguiram assimilar a questão com o nosso auxílio, o que nos levou a trabalhar este tipo de problema na no encontro da revisão.

No décimo quarto e o décimo quinto problema tivemos mais dois problemas envolvendo lei de formação exponencial, nos dois os alunos não tiveram tantas dificuldades, visto que 80% no primeiro, como 90% no segundo, conseguiram assimilar bem a atividade proposta.

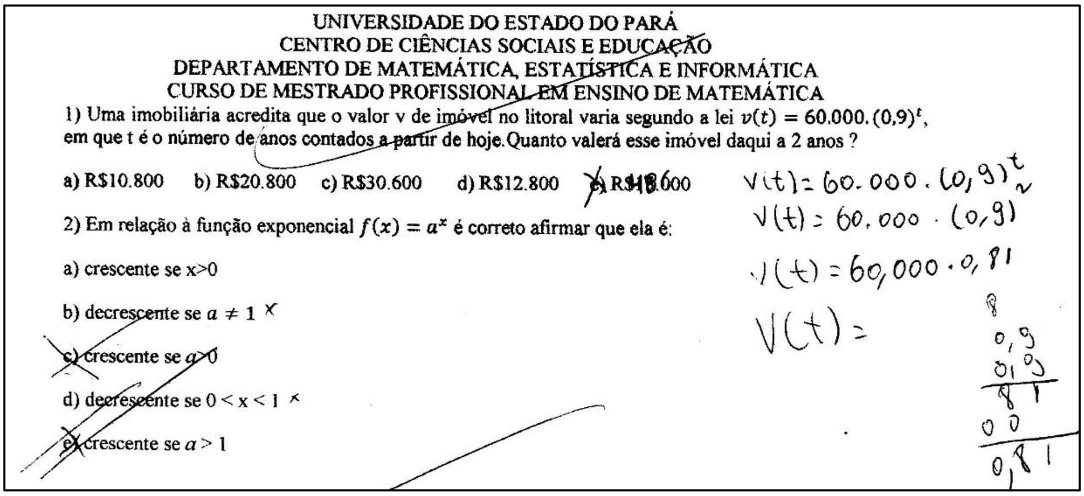
No décimo sexto problema tivemos um problema de meia-vida contextualizado, mas não apresentava gráfico para auxiliar o aluno, e portanto, as duplas tiveram dificuldade nessa questão. Também deixamos esse problema para ser refeito no dia da revisão.

Após as atividades realizadas, fizemos o pós-teste, conforme foi mostrado na seção anterior,

Ao comparar os resultados dos testes durante a experimentação, ou seja, os resultados do Pré-Teste com o Pós-Teste verificamos como os índices apontam para o resultado positivo dos alunos, como mostram as tabelas abaixo.

5.4.3. SOBRE OS ACERTOS NO PÓS-TESTE

A primeira questão do pós-teste cujos acertos corresponderam a 82,5% de acertos, o que demonstra que os alunos tinham a ideia que o tempo decorrido, variável t, ou domínio da função era substituído por 2, que é o tempo decorrido, para se calcular o valor do imóvel em função desse tempo, o aluno A3 demonstra como efetuou o cálculo para chegar no resultado correto



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

1) Uma imobiliária acredita que o valor v de imóvel no litoral varia segundo a lei $v(t) = 60.000.(0,9)^t$, em que t é o número de anos contados a partir de hoje. Quanto valerá esse imóvel daqui a 2 anos?

a) R$10.800 b) R$20.800 c) R$30.600 d) R$12.800 e) R$48.600

$V(t) = 60.000 . (0,9)^t$
$V(t) = 60.000 . (0,9)$
$V(t) = 60,000 . 0,81$
$V(t) =$

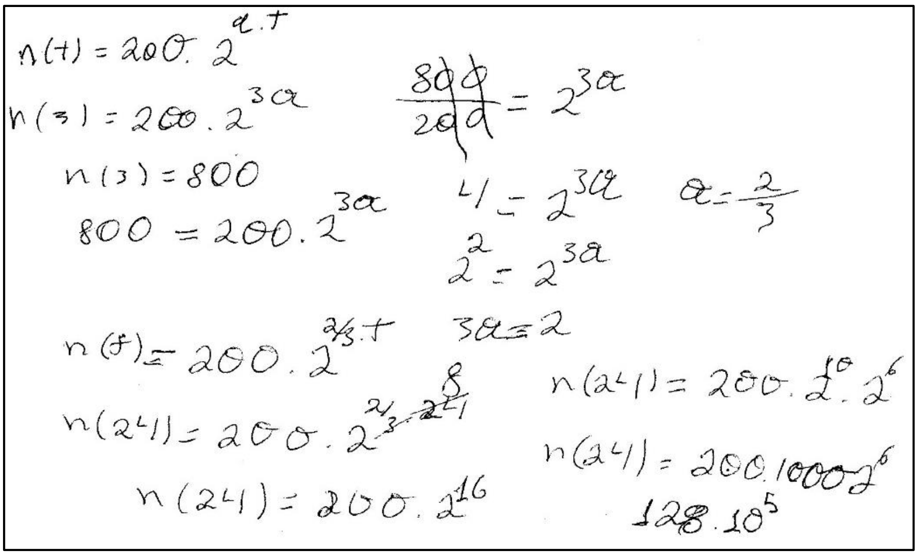
2) Em relação à função exponencial $f(x) = a^x$ é correto afirmar que ela é:

a) crescente se x>0
b) decrescente se $a \neq 1$
c) crescente se $a>0$
d) decrescente se $0 < x < 1$
e) crescente se $a > 1$

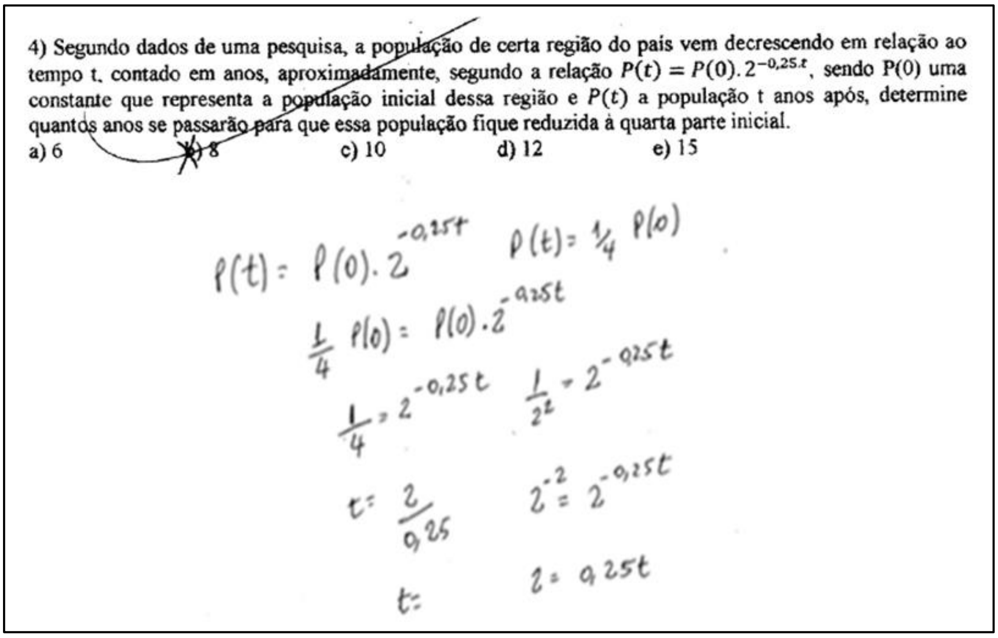
$0,9 \times 0,9 = 0,81$

A segunda questão foi objetiva e avaliava o entendimento do aluno sobre o crescimento ou decrescimento da função exponencial cujas alternativas exploravam formas diferentes de interpretar relacionado a base da função e também o expoente, explorando do aluno o conhecimento conceitual do tema. Do toal dos participantes 87,5% acertaram a questão demonstrando que conheciam o conceito de crescimento e decrescimento da função exponencial e qual condição para isto.

A terceira questão obteve um acerto de 55%, um pouco menor que os das questões anteriores. A questão explorava do aluno a competência de se trabalhar com a lei de formação da função exponencial dando uma interpretação no que se pede da questão. A questão tratava de uma maionese mal conservada encontrada na mesma a bactéria salmonela e a multiplicação das bactérias era dada pela lei $n(t) = 200.\,2^{a.t}$, pedia-se na questão o número de bactérias após 1 dia do início da observação. O aluno A9 exemplifica qual desenvolveu para chegar no resultado correto da questão.



Sobre a quarta questão cujo percentual de acertos foi de 67,5% tratava de um problema que fala de um decrescimento de uma população onde era dada a lei de formação exponencial que era $P(t) = P(0).\,2^{-0,25.t}$. O problema pedia o tempo que levaria para que a população fosse reduzida até sua quarta parte. O aluno A13 entendeu que a população após t anos p(t) deveria ser igual quarta parte de p(0), como exemplifica o seu cálculo abaixo



4) Segundo dados de uma pesquisa, a população de certa região do pais vem decrescendo em relação ao tempo t, contado em anos, aproximadamente, segundo a relação $P(t) = P(0).2^{-0,25.t}$, sendo P(0) uma constante que representa a população inicial dessa região e $P(t)$ a população t anos após, determine quantos anos se passarão para que essa população fique reduzida à quarta parte inicial.

a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 15

$P(t) = P(0).2^{-0,25t}$ $P(t) = \frac{1}{4} P(0)$

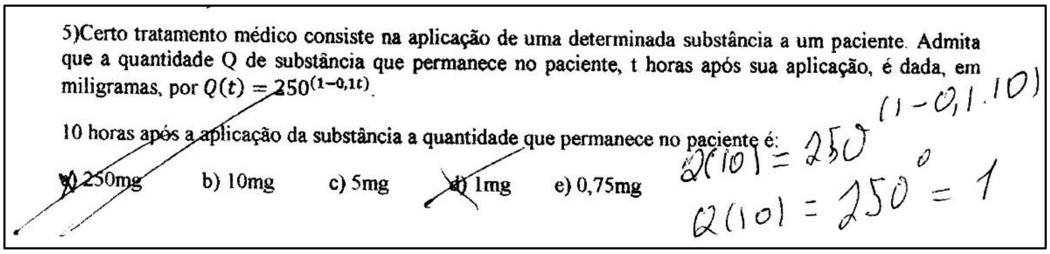
$\frac{1}{4} P(0) = P(0).2^{-0,25t}$

$\frac{1}{4} = 2^{-0,25t}$ $\frac{1}{2^2} = 2^{-0,25t}$

$t = \frac{2}{0,25}$ $2^{-2} = 2^{-0,25t}$

$t =$ $2 = 0,25t$

Sobre a quinta questão tivemos 52,5% de acertos e tratou de um problema sobre a duração de uma substância em um paciente t horas após sua aplicação segundo a função $Q(t) = 250^{(1-0,1t)}$ e perguntava a quantidade 10 horas após a aplicação de tal substância no paciente. O aluno A8 exemplificou a sua solução como mostramos a seguir



5)Certo tratamento médico consiste na aplicação de uma determinada substância a um paciente. Admita que a quantidade Q de substância que permanece no paciente, t horas após sua aplicação, é dada, em miligramas, por $Q(t) = 250^{(1-0,1t)}$.

10 horas após a aplicação da substância a quantidade que permanece no paciente é:

a) 250mg b) 10mg c) 5mg d) 1mg e) 0,75mg

$Q(10) = 250^{(1-0,1.10)}$

$Q(10) = 250^{0} = 1$

Com relação a sexta questão tivemos uma questão que trata do crescimento de uma população de uma determinada região que era dado pela lei matemática $P(t) = 5.2^{t}$ com t em anos. Nesta questão tivemos 47,5% de acertos, e avalismos que os alunos já demonstravam um certo cansaço, pois a questão não exigia um raciocínio tão difícil, e tivemos menos de 50% de acertos dado que o grau de dificuldade não era alto como demonstra o aluno A15 em sua solução a seguir

6) Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5\,.\,2^t$, em que t representa o tempo em anos. Para què a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3

b) um número par e múltiplo de 5

c) um número múltiplo de 4

d) um número ímpar e divisível por 7

e) um número irracional

$P(t) = 5\,2^t = 1280$

$2^t = 256$

$2^t = 2^8$

$t = 8$

A sétima e a oitava questão apresentavam um problema semelhante a sexta, e tivemos 67,5% de acertos no caso da sétima e 57,5% na oitava, e na sétima tratava de um valor de um imóvel em função do tempo dado pela lei $V(t) = 1000.(0{,}8)^t$ e pedia o valor após 2 anos de uso, e na oitava tratava de juros compostos cuja lei era dada por $M(t) = C.2^{0{,}01t}$.

A décima questão apresentou um gráfico para os alunos interpretarem os pontos e trabalhar a função a partir das informações colhidas pelo gráfico, O aluno A11 exemplificou a sua solução.

Nessa figura, está representado o gráfico de $f(x) = k.a^x$, sendo K e a constantes positivas. O valor de f(2) é:

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4}$ d) 1 e) 2

$f(2) = k\,.\,a^x$

$f(0) = k\,.\,a^0 = \frac{3}{2}$

$\boxed{k = \frac{3}{2}}\,.\,a^x$

$f(-3) = \frac{3}{2}\,.\,a^{-3} = 12$

$a^{-3} = 8$

$\left(\frac{1}{a}\right)^3 = 8 \cdot \frac{1}{a} = \sqrt[3]{8}$

$f(-3) = \frac{3}{2}\,.\,a^{-3} =$

$\frac{1}{a} = \sqrt[3]{2^3}$

$\frac{1}{a} = 2$

5.4.4. SOBRE OS ERROS NO PÓS-TESTE

Os erros que ocorreram nesse teste são erros que aconteceram referente aos assuntos em torno das funções exponenciais ou erros em torno de outros conhecimentos da matemática e a falta de interpretação da pergunta do problema. Portanto separamos em dois tipos: Erros procedimentais e conceituais, e entendemos que os erros procedimentais são aqueles cometidos no âmbito da aritmética ou da álgebra relacionado ao conteúdo matemática de natureza distinta do conteúdo que está sendo trabalhado, bem como o não entendimento do problema, enquanto que o erro conceitual é aquele cometido por não entendimento do conteúdo estudado.

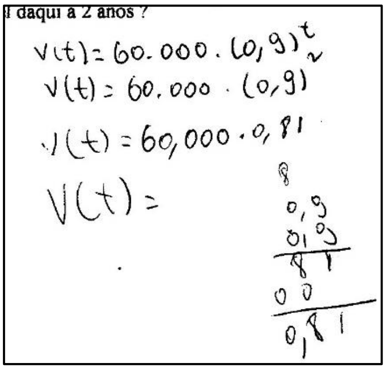
Esses erros foram distribuídos no quadro 49

Quadro 49: Tipos de erros cometidos pelos docentes

Questões	TIPOS DE ERROS			
	CONCEITUAL		PROCEDIMENTAL	
	VALOR ABSOLUTO	Em %	VALOR ABSOLUTO	Em %
1^a QUESTÃO	0	0	7	100
2^a QUESTÃO	1	25	3	75
3^a QUESTÃO	4	25	12	75
4^a QUESTÃO	4	40	6	60
5^a QUESTÃO	2	12,5	14	87,5
6^a QUESTÃO	4	23,5	13	76,5
7^a QUESTÃO	3	37,5	5	62,5
8^a QUESTÃO	4	36,3	7	63,7
9^a QUESTÃO	3	23	10	77
10^a QUESTÃO	4	33,3	8	66,7

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

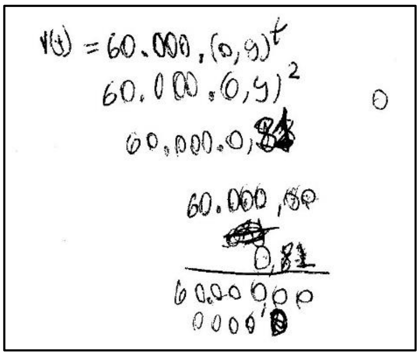
Os erros cometidos na primeira questão foram de natureza procedimentais como exemplifica o aluno A3 abaixo


l daqui a 2 anos ?
$V(t) = 60.000 \cdot (0,9)^t$
$V(t) = 60.000 \cdot (0,9)$
$V(t) = 60,000 \cdot 0,81$
$V(t) =$
$0,9 \times 0,9 = 0,81$

O aluno não soube resolver a parte aritmética da questão, mas compreendeu que deveria substituir 2 anos no valor da variável (t) para calcular o valor do imóvel em função do tempo.

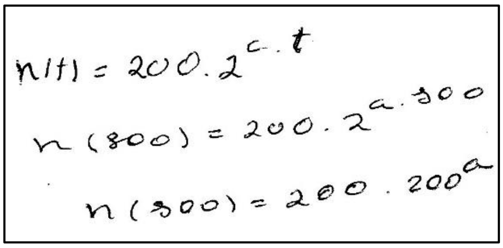
A questão pedia para o aluno calcular o valor de um imóvel que era segundo a função $v(t) = 60.000.(0,9)^t$, no caso do aluno, ele até substituiu o valor da variável 2 anos, mas não teve procedimento aritmético correto

O aluno A11 também cometeu um erro procedimental visto que não soube trabalhar de maneira correta com a aritmética, mas demonstrou conhecimento conceitual como mostramos abaixo a sua solução. Também este aluno substituiu o valor da variável de maneira correta, mas procedeu de forma incorreta quanto a aritmética



Na segunda questão era simplemente um problema que envolvia o conceito da função exponencial que envolvia as condições de existência quanto a base e também quanto ao seu crescimento ou decrescimento, portanto era uma questão que avaliava o entendimento conceitual do aluno, neste problema somente o aluno A15 cometeu um erro, e este, foi de natureza conceitual, pois não soube avaliar a função exponencial quanto ao crescimento ou decrescimento observando a base da função.

Em relação a terceira questão falava sobre a mulplicação de uma bactéria (salmonela) que era segundo a lei $n(t) = 200.2^{a.t}$ em que n(t) é o número de bactérias encontrada numa amostra t horas após o início do almoço e “a” é uma constante real. Falava-se que 3 horas após o início do almoço o número de bactérias era de 800, e pedia para calcular o número após 1 dia da realização do almoço. O aluno A9 substituiu onúmero de bactérias na variável t (tempo) ou por falta de atenção ou interpretação cometeu um erro que entedemos ser conceitual

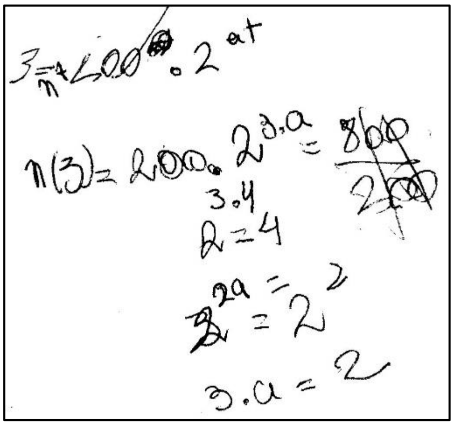


$n(t) = 200 . 2^{c.t}$

$n(800) = 200 . 2^{a.300}$

$n(300) = 200 . 200^{a}$

O aluno A11 iniciou substituindo a váriável tempo pela três horas inciais da bactéria, porém não finalizou a questão, o que consideramos um erro procedimental.



$3 = n\,200 . 2^{at}$

$n(3) = 200 . 2^{3.a} = \frac{800}{200}$

3.4

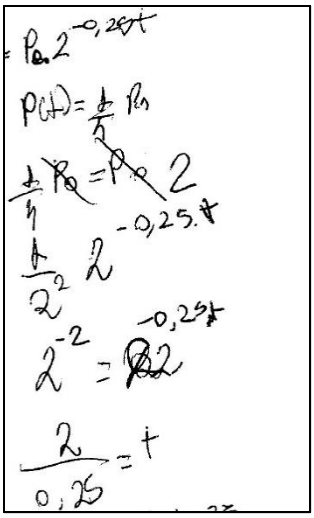
$2 = 4$

$2^{2a} = 2^{2}$

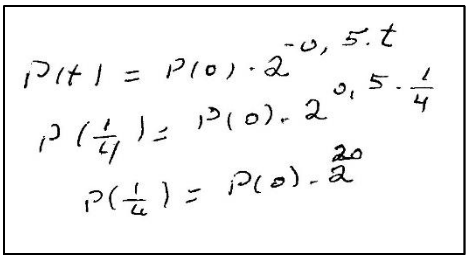
$3.a = 2$

Com relação a quarta questão, era um problema que descrevia o decrescimento da população de uma determinada região que era dado pela relação $p(t) = P(0). 2^{-0,25.t}$, foi dito que p(0) representava a população inicial nessa região p(t) a população t anos após, pedia para calcular o tempo que passaria para que a população se reduzisse à quarta parte inicial.

O aluno A17 cometeu um erro procedimental quando não conseguiu finalizar a questão por não saber realizar uma divisão para poder chegar na resposta do problema.

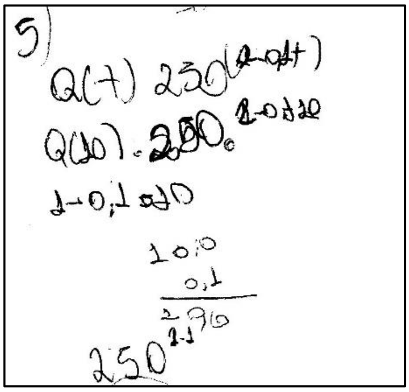


O aluno A9 entendeu que 1/4 da população, a quanto devria ser reduzida, era o tempo decorrido, e por isso, cometeu um erro de interpretação, além disso cometeu um erro procedimental não sabendo chegar no resultado final da questão.

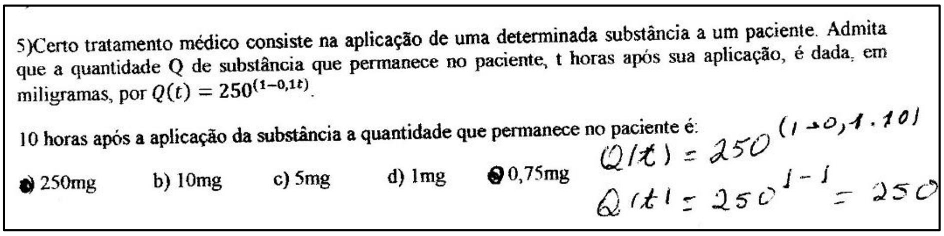


A quinta questão abordou sobre o tratamento médico usando certa substância em um paciente cuja quantidade era dada por $Q(t) = 250^{(1-0,1t)}$, onde t era o valor em horas após a aplicação da substância no paciente e Q em miligramas, perguntavasse a quantidade de substância no paciente após 10 horas da aplicação.

O aluno A19 cometeu um erro conceitual, pois após substituir o tempo “10 horas” de maneira correta, no final não interpretou que todo número elevado a zero é igual a 1 como exemplifica no seu cálculo.



O aluno A7 agiu de igual forma ao aluno A19, substituiu o valor do tempo igual a 10 horas de forma correta, porém cometeu um erro procedimental na hora de efetuar o cálculo para chegar no resultado final


5)Certo tratamento médico consiste na aplicação de uma determinada substância a um paciente. Admita que a quantidade Q de substância que permanece no paciente, t horas após sua aplicação, é dada, em miligramas, por $Q(t) = 250^{(1-0,1t)}$.

10 horas após a aplicação da substância a quantidade que permanece no paciente é:

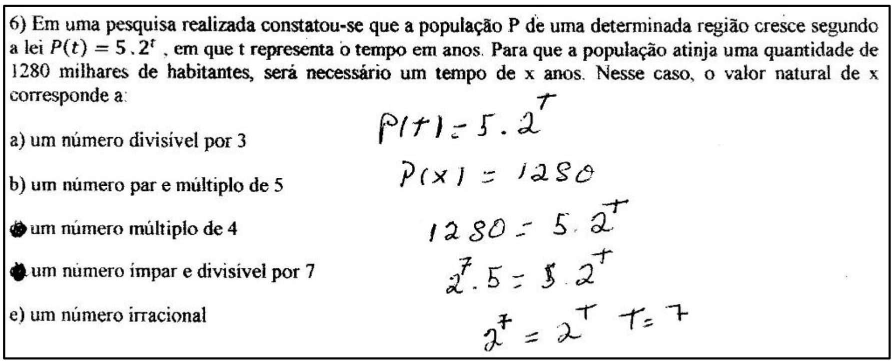
a) 250mg b) 10mg c) 5mg d) 1mg e) 0,75mg

$Q(t) = 250^{(1-0,1.10)}$

$Q(t) = 250^{1-1} = 250$

Com relação a sexta questão, temos um problema que trata do crescimento populacional de uma determinada região que obedece a lei $P(t) = 5.2^t$, onde t era dado em anos e p a população (em milhares) após t anos, a questão pedia o tempo nedessário para que a população atingisse 1280 milhares de habitantes.

O aluno A5 procedeu inicialmente correto, descreveu que em função de x anos chegaria a uma população de 1280 milhares de habitantes,porém no decorrer do cálculo efetuou de modo incorreto a fatoração do número 1280, o que acarretou numa resposta incorreta, portanto consideramos que o erro do aluno é procedimenal



6) Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5 . 2^t$, em que t representa o tempo em anos. Para que a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3

b) um número par e múltiplo de 5

c) um número múltiplo de 4

d) um número ímpar e divisível por 7

e) um número irracional

$P(t) = 5 . 2^t$

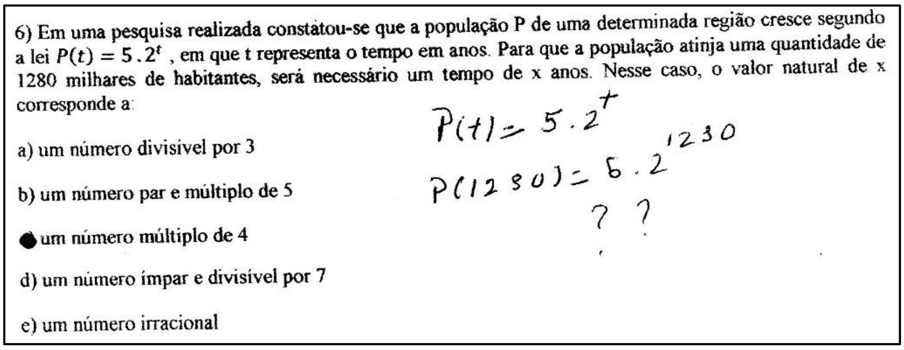
$P(x) = 1280$

$1280 = 5 . 2^t$

$2^7 . 5 = \cancel{5} . 2^t$

$2^7 = 2^t \quad t = 7$

O erro cometido pelo aluno A15 foi de modo conceitual, pois cosiderou 1280 o valor a ser atribuído no lugar de t , em vez de ser a população em função do tempo decorrido, ou seja, seria p(t)=1280.



6) Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5 . 2^t$, em que t representa o tempo em anos. Para que a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3

b) um número par e múltiplo de 5

c) um número múltiplo de 4

d) um número ímpar e divisível por 7

e) um número irracional

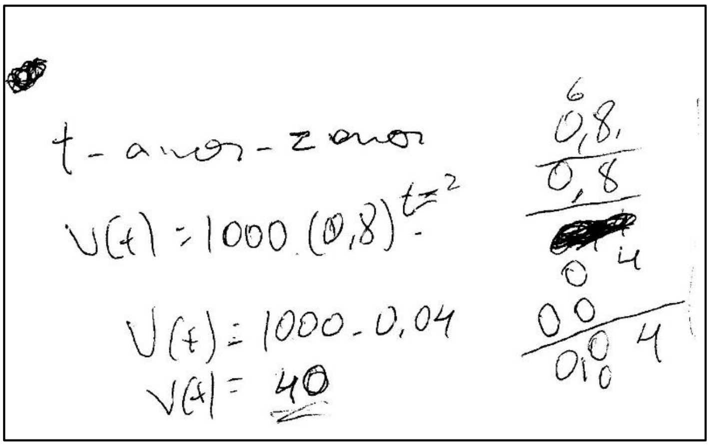
$P(t) = 5 . 2^t$

$P(1280) = 5 . 2^{1230}$

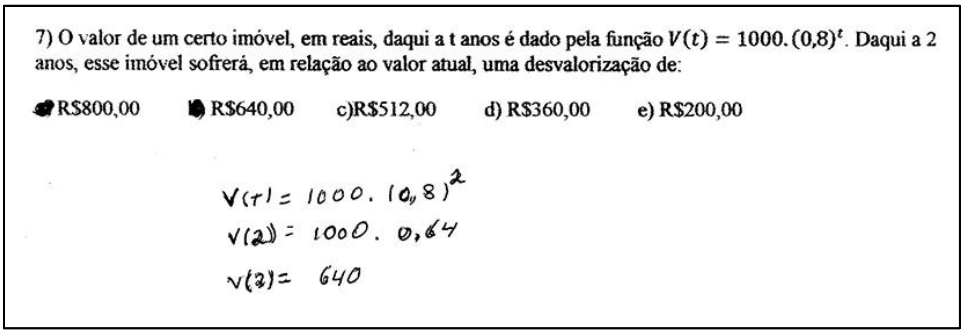
? ?

Sobre a sétima questão temos um problema que aborda sobre o decrescimento do valor de um imóvel segundo a lei $v(t) = 1000.(0,8)^t$ onde o t é dado em anos e v(t) é o valor do imóvel em função de t. A questão pedia a desvalorização do imóvel após 2 anos. Este problema exigia do aluno a interpretação que depois de calcular o valor do imóvel após dois anos, devia fazer a diferença com o valor original para calcular a desvalorização. Após substituir o valor de t por 2, o aluno chegaria no valor de R$640,00, comparado com o valor inicial que é de R$1000,00, o imóvel sofreu uma desvalorização de R$360,00

O aluno A12 cometeu um erro conceitual e procedimental, pois percebemos na sua resolução que o mesmo não tinha a interpretação correta do problema, e mesmo fazendo da forma que pensou, cometeu um erro aritmético conforme observamos naimagem abaixo



O aluno A6 chegou no valor após 2 anos que é de R$640,00, porém não teve a percepção de verificar a desvalorização de 1000 até 640 que é de 360, portanto entendemos que o aluno cometeu um erro procedimental

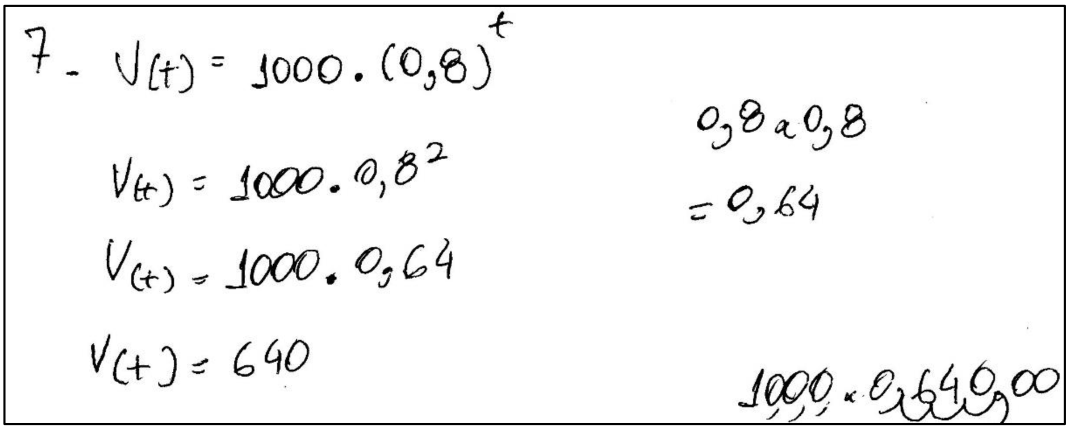


7) O valor de um certo imóvel, em reais, daqui a t anos é dado pela função $V(t) = 1000.(0,8)^t$. Daqui a 2 anos, esse imóvel sofrerá, em relação ao valor atual, uma desvalorização de:

a) R$800,00 b) R$640,00 c)R$512,00 d) R$360,00 e) R$200,00

$V(t) = 1000.(0,8)^2$
$V(2) = 1000.0,64$
$V(2) = 640$

O aluno A10 substituiu o valor da variável tempo por 2, chegando no valor 640 que é o valor que passou a ser do imóvel, no entanto, respondeu de modo incorreto, pois não teve a percepção de que a desvalorização seria o valor inicial subtraído por 640 dando 360 que é a resposta do problema, ou seja, a desvalorização. Portanto consideramos que o erro foi procedimental.



7- $V(t) = 1000.(0,8)^t$

$V(t) = 1000.0,8^2$

$V(t) = 1000.0,64$

$V(t) = 640$

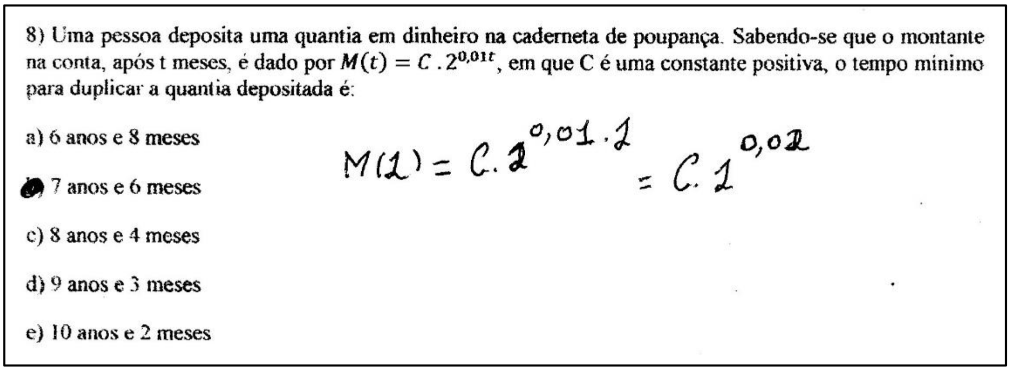
$0,8 \times 0,8$

$= 0,64$

$1000 \times 0,64 = 640,00$

Na oitava questão abordamos um problema sobre juros compostos, ou cálculo do montante, onde foi dado o valor do montante calculado em função do tempo t, em meses, de acordo com a lei $M(t) = C.2^{0,01.t}$, em que C é um valor positivo e a questão pedia o tempo mínimo para que a quatia depositada fosse duplicada.

A interpretação era o aluno ter a percepção que para t=0 a quantia depositada era de C, e para que este valor duplicasse teriamos que ter M(t)=2.C, após t meses e igualar ambas as condições, resolvendo uma equação exponencial, o aluno A20 cometeu um erro conceitual, pois substituiu a variável tempo por 2, quando que na verdade seria o tempo para que a quantia duplicasse.



8) Uma pessoa deposita uma quantia em dinheiro na caderneta de poupança. Sabendo-se que o montante na conta, após t meses, é dado por $M(t) = C.2^{0,01t}$, em que C é uma constante positiva, o tempo mínimo para duplicar a quantia depositada é:

a) 6 anos e 8 meses

b) 7 anos e 6 meses

c) 8 anos e 4 meses

d) 9 anos e 3 meses

e) 10 anos e 2 meses

$M(2) = C.2^{0,01.2}$

$= C.2^{0,02}$

Sobre a nona questão, o problema falava a respeito de uma célula cancerosa e que a sua multiplicação era dada pela lei $N(t) = C.2^{\frac{t}{3}}$ e pedia o tempo necessário para que a quantidade de célula duplicasse, bastava que o aluno tivese a percepção de que para t=0 (tempo inicial) a quantidade de célula seria igual a C, e fazendo N(t)=2.C , e igualando ambos os lados teremos uma equação exponencial, obtendo a resposta igual a 3 meses.

O aluno A8 não teve a interpretação doproblema e nem iniciou, o que demonstra que cometeu um erro conceitual, pois não tinha a idéia conceitual de substituir o valor do domínio (tempo) para encontrar a sua imagem y (N células cancerosas) conforme imagem abaixo

9. –

$$N(t) = C \cdot 2^{\frac{t}{3}}$$

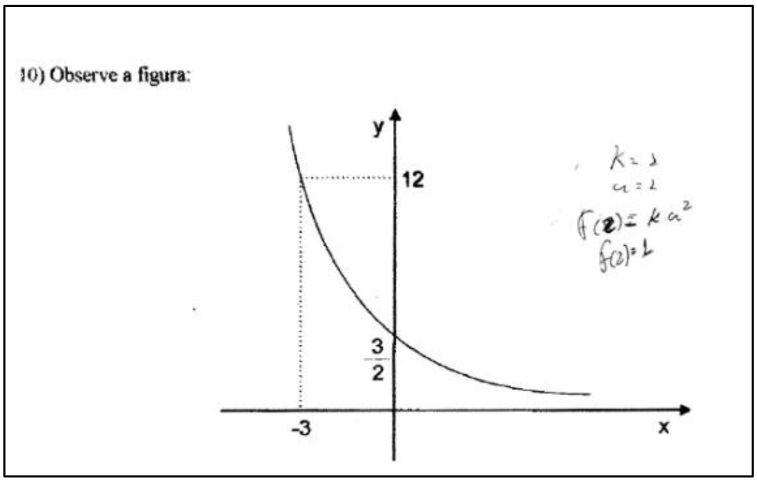
O aluno A2 cometeu um erro conceitual, pois ao tentar resolver a questão demonstrou que não tinha a interpretação correta do problema como mostra a imagem abaixo

9)

$$N(T) = C \cdot 2^{T/3}$$
$$N(T) = C \cdot 2^{2/3}$$
$$N(T) = C \cdot 4^{3}$$
$$N(T) = 64$$

Na décima questão com a intenção de avaliar o aluno na interpretação e leitura de gráficos da função exponencial apresentamos um gráfico com alguns pontos destacados, ao fazer a leitura dos pontos e sua localização, o aluno encontrava a lei de formação daquele gráfico que inicialmente foi dado como $f(x) = K.a^{x}$ onde K e a eram dados como constantes positivas, ao construir a função teria que encontrar o valor de f(2). Bastava o aluno observar no gráfico que para x=0 tínhamos f(0)=K cuja resposta era k=3/2 determinando o valor da constante k, como o gráfico dava um ponto, teríamos que substituir o valor -3 na função, que encontrariamos o valor de a, pois já temos o valor de k=3/2.

O aluno A2 cometeu um erro conceitual não apresentando o conhecimento sobre leitura de gráficos da função exponencial conforme imagem abaixo



O aluno A14 ao tentar resolver o problema não tinha o domínio da interpretação do problema o que consideramos um erro conceitual.

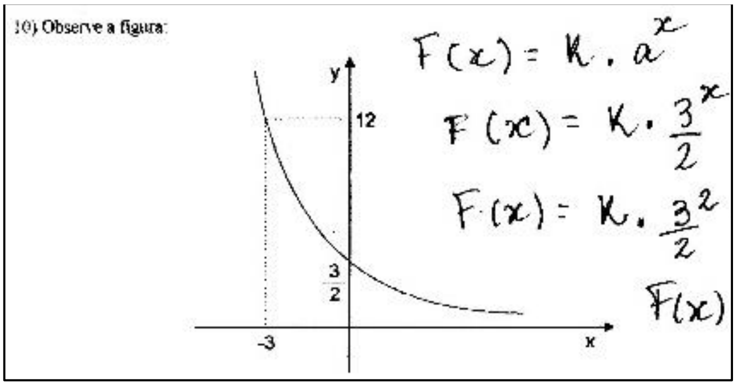
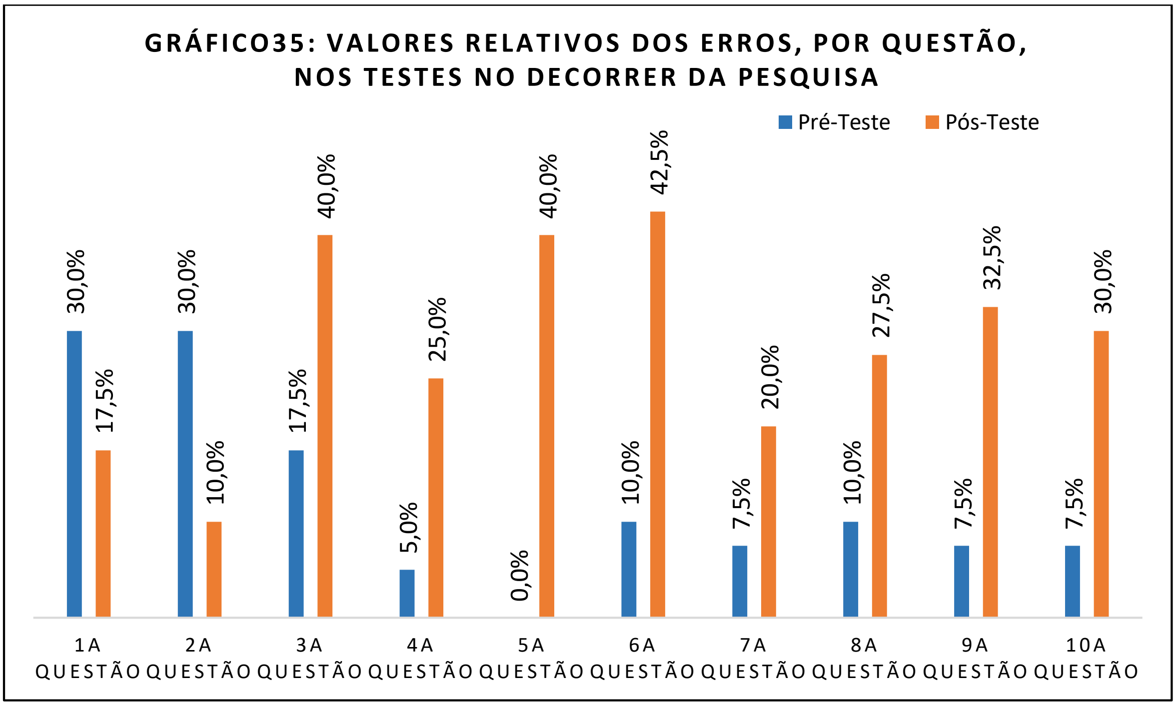


Tabela 18: Valores relativos dos erros dos testes no decorrer da pesquisa

Questões	Pré-Teste	Pós-Teste
1ª QUESTÃO	30,0%	17,5%
2ª QUESTÃO	30,0%	10,0%
3ª QUESTÃO	17,5%	40,0%
4ª QUESTÃO	5,0%	25,0%
5ª QUESTÃO	0,0%	40,0%
6ª QUESTÃO	10,0%	42,5%

7ª QUESTÃO	7,5%	20,0%
8ª QUESTÃO	10,0%	27,5%
9ª QUESTÃO	7,5%	32,5%
10ª QUESTÃO	7,5%	30,0%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Assim como diminuíram os índices de erros, aumentaram os índices de acertos ao comparar os testes. Percebemos que em relação ao pré-teste, o índice de erro foi inferior porque os alunos deixaram muitas questões em branco.

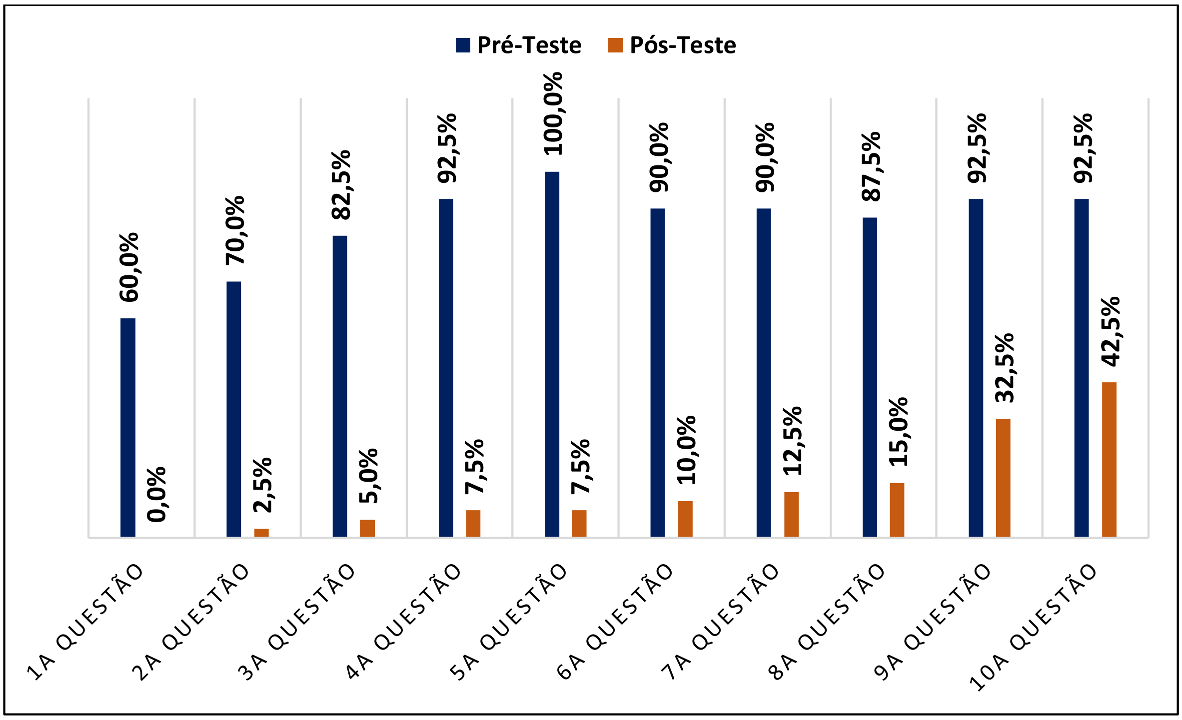
Tabela 19: Valores relativos das questões em branco no decorrer da pesquisa

Questões	Pré-Teste	Pós-Teste
1ª QUESTÃO	60,0%	0,0%
2ª QUESTÃO	70,0%	2,5%
3ª QUESTÃO	82,5%	5,0%
4ª QUESTÃO	92,5%	7,5%
5ª QUESTÃO	100,0%	7,5%

6ª QUESTÃO	90,0%	10,0%
7ª QUESTÃO	90,0%	12,5%
8ª QUESTÃO	87,5%	15,0%
9ª QUESTÃO	92,5%	32,5%
10ª QUESTÃO	92,5%	42,5%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Gráfico 36: Valores relativos das questões em branco dos testes no decorrer da pesquisa



5.4.5. Sobre os testes aplicados durante a experimentação

Quando comparamos os resultados do Pré-Teste, verificamos que os índices dos itens em branco diminuíram e de acertos aumentaram conforme o quadro abaixo

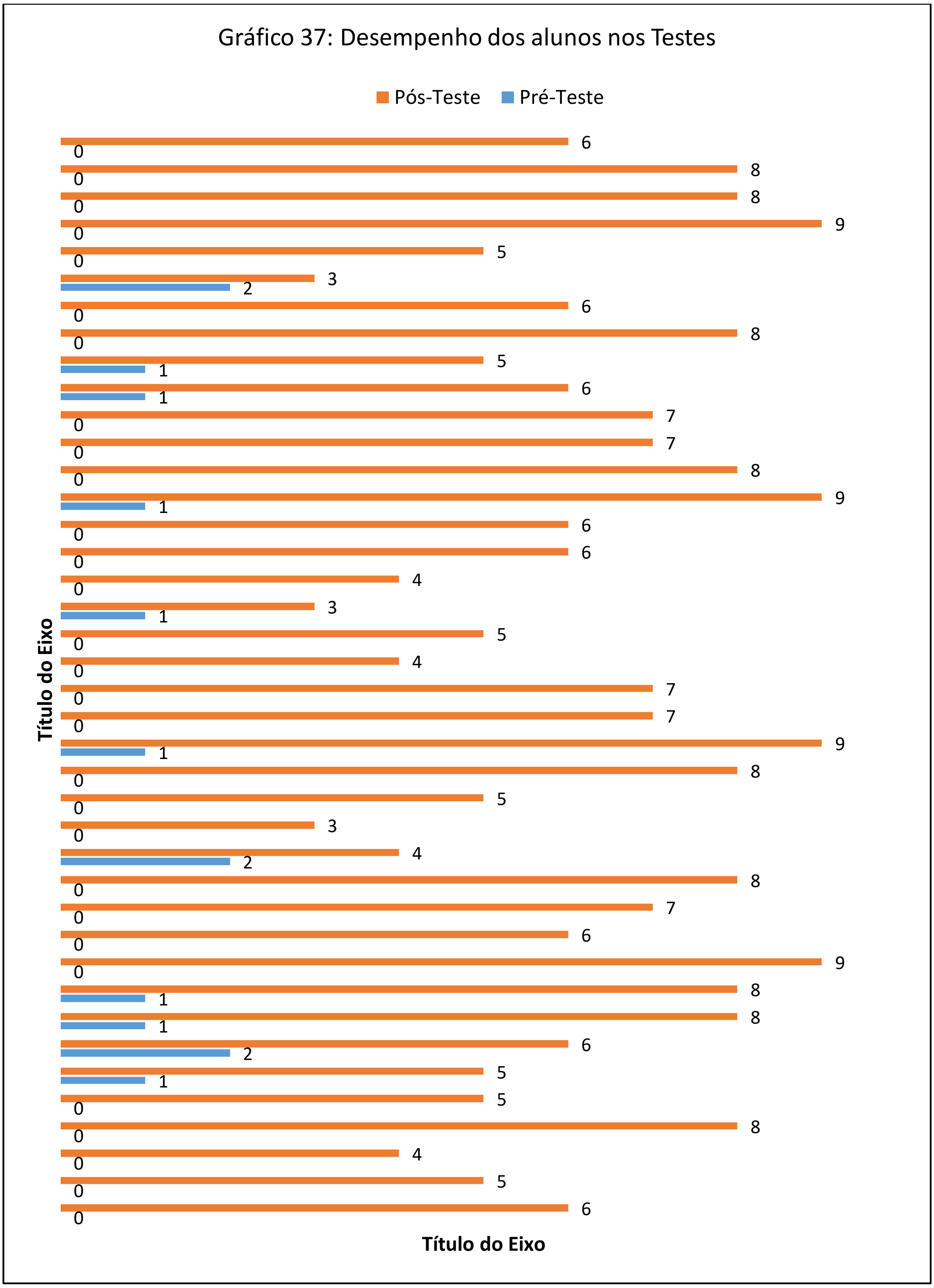
QUADRO 50: Comparação dos Pré e Pós-Testes

Questões	Acertos		Erros		Em branco	
	Pré(%)	Pós(%)	Pré(%)	Pós(%)	Pré(%)	Pós(%)

1	10,0%	82,5%	30,0%	17,5%	60,0%	0,0%
2	0,0%	87,5%	30,0%	10,0%	70,0%	2,5%
3	0,0%	55,0%	17,5%	40,0%	82,5%	5,0%
4	2,5%	67,5%	5,0%	25,0%	92,5%	7,5%
5	0,0%	52,5%	0,0%	40,0%	100,0%	7,5%
6	0,0%	47,5%	10,0%	42,5%	90,0%	10,0%
7	2,5%	67,5%	7,5%	20,0%	90,0%	12,5%
8	2,5%	57,5%	10,0%	27,5%	87,5%	15,0%
9	0,0%	35,0%	7,5%	32,5%	92,5%	32,5%
10	0,0%	27,5%	7,5%	30,0%	92,5%	42,5%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quando comparamos o desempenho individual dos alunos acerca das questões que acertaram no Pré-Teste e Pós-Teste observamos que 33 alunos, ou seja, 82,5% atingiram nota igual ou superior a 50% como mostra o gráfico 45.



Os alunos A3, A14, A15, A21, A23 , A24 e A35 não alcançaram nota maior que cinco, ou seja, não conseguiram melhorar, ressaltamos que o aluno A3 obteve nota 4 no pós-teste atingindo bem próximo de nota igual a 5, bem como ocorreu com os alunos A14, A21 e A24. Os alunos A15, A23 e A35 tiveram notas abaixo de 40%, ressaltamos que esses alunos tiveram pouco participação na experimentação, e portanto, apresentavam pouco interesse no desenvolvimento das atividades, o que é compreensível. Os alunos que tiveram notas iguais ou superior a 50% assenando a maioria, participaram mais ativamente da experimentação com perguntas e colocações no decorrer do processo das atividades.

5.5. COMPARAÇÃO ENTRE A ANÁLISE A PRIORI E A POSTERIORI DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Ao considerar Artigue (1996) e Almouloud (2010) compreendemos que a comparação entre as análises a priori e a posteriori das atividades são necessárias para a validação da sequência didática experimentada nessa pesquisa.

O quadro 34 demonstra a comparação das análises a priori com a posteriori das listas de questões trabalhadas durante a experimentação da sequência didática.

QUADRO 51: Comparação das análises a priori das atividades da sequência com a posteriori

Atividade	Análise	Excertos	Validação
Descubra a minha regra	A priori	Esperamos que com o auxílio dos diagramas os alunos percebam que os valores do primeiro conjunto (domínio) foram elevados a um expoente real cujo resultado está no segundo conjunto (contradomínio), para cada valor x do primeiro elevou-se a um expoente obtendo a sua imagem y.	Positiva
	A posteriori	Verificamos que os alunos conseguiram chegar na relação entre duas variáveis onde uma delas é um expoente	
	A priori	Esperamos que com o conhecimento de potenciação, os alunos percebam que quando a base é igual a 1, não teremos uma função exponencial, e sim, uma constante. Da mesma forma esperamos que os alunos percebam que quando a base é negativa não teremos uma função para x real	

Condição de existência da Função Exponencial			Positiva
	A posteriori	Verificamos que os alunos conseguiram desenvolver as atividades com sucesso e discutiram sobre a não existência de um número real quando a base da função exponencial é negativa ou igual a 1	
Construção do gráfico da função exponencial	A priori	Esperamos que o quadro auxilie o aluno a reconhecer o comportamento do gráfico da função exponencial comparando com o gráfico daquelas que não são exponencial, acreditamos que os alunos não terão dificuldades, pois as operações matemáticas são de fáceis habilidades	Positiva
	A posteriori	Verificamos que os alunos ao construírem os gráficos das funções perceberam a curva característica da função exponencial quando compararam com as outras que não eram exponenciais.	
Elementos da imagem de uma função exponencial	A priori	Esperamos que ao preencherem a tabela os alunos percebam que somente as funções exponenciais variando os valores consecutivos de x dando o sempre o mesmo resultado, a razão entre os seus correspondentes y também são sempre iguais, o que não ocorre com as outras funções.	Negativa
	A posteriori	Verificamos que os alunos tiveram dificuldades em identificar que quando a variável x da função varia de forma aritmética e constante, a razão entre as respectivas imagens também é uma constante.	
		Esperamos que os alunos ao observarem a função e vendo o seu gráfico no quadro de gráficos, cheguem a conclusão que o crescimento e o decrescimento está relacionado somente a base da função	

Crescimento e decrescimento da função exponencial	A priori	exponencial, esperamos que eles vejam que quando a base é maior que 1 a função é crescente, e quando a base está entre zero e um, a função será decrescente.	Positiva
	A posteriori	Verificamos que os alunos ao observar as funções e tendo os respectivos gráficos, perceberam que as funções que tinham base menor que 1 sempre geravam gráfico decrescentes, e aquelas em que a base era maior que 1, geravam gráficos crescentes. Com isto concluíram que o crescimento e decrescimento estava relacionado à base da exponencial.	

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

QUADRO 52: Comparação da Análise a priori com a posteriori das atividades de aprofundamento

Duplicação de bactérias	A priori	Os alunos utilizarão o conhecimento de potenciação, e ao perceber que a duplicação gera uma exponencial de base 2 variando o expoente, consigam chegar no modelo matemático.	Positiva
	A posteriori	Verificamos que os alunos no início estavam tímidos, porém auxiliamos que começassem a duplicar em função do tempo, a maioria conseguiu associar a função exponencial de base 2 e expoente tempo, com isso responderam as perguntas do problema	
		Os alunos utilizarão o conhecimento de potenciação, e ao perceber que a duplicação gera uma exponencial de base 1/2, e variando	

Corte pela metade	A priori	o expoente, consigam chegar no modelo matemático	Positiva
	A posteriori	Verificamos que os alunos no início estavam tímidos, porém auxiliamos que começassem a duplicar em função do tempo, a maioria conseguiu associar a função exponencial de base 1/2, e expoente número de cortes, com isso responderam as perguntas do problema	
Sucessivas quedas de uma bola	A priori	Os alunos utilizarão os conhecimentos de potenciação adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente multiplicação de mesma base. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso	Positiva
	A posteriori	Não tivemos tantas dificuldades, pois as primeiras atividades deram suporte para que os alunos desenvolvessem o exercício	
O crescimento exponencial por meio de uma lei dada	A priori	Esperamos que os alunos observem que o início é considerado tempo zero, e com isto, o valor da constante C é 100, e ainda, ao substituir o valor do tempo dado cheguem no valor da constante k, formulando a lei matemática da questão	
	A posteriori	Verificamos que os alunos, conseguiram perceber que considerando o valor início zero para o tempo, chegaram no valor da constante C, e substituindo o valor sugerido no problema chegaram na lei de formação respondendo os itens da questão	Positiva
Radioatividade e meia vida	A priori	Esperamos que por meio do gráfico e nosso auxílio, e com o auxílio das atividades desenvolvidas na experimentação sobre crescimento e decrescimento, os alunos percebam que o período decorrido (meia-vida) teremos sempre a metade do valor anterior. Com isto, sempre teremos uma exponencial de base 1/2	
	A posteriori	Verificamos que os alunos por meio do nosso auxílio e através do gráfico chegaram no entendimento de no decorrer do tempo termos uma exponencial de base 1/2 e cujo expoente é o perio (mei-vida)	Positiva

<table>
<tr><td rowspan="2">Bomba de vácuo (decrescimento)</td><td>A priori</td><td>Esperamos que os alunos, após uma breve revisão de porcentagem, relacione a extração de 10% em cada golpe da bomba, com um num modelo exponencial decrescente, e que cada golpe, seja um expoente</td><td rowspan="2">Positiva</td></tr>
<tr><td>A posteriori</td><td>Com o nosso auxílio nos dois primeiro momentos da porcentagem na primeira retirada e na segundo, os alunos perceberam o padrão estabelecido gerando uma única base, e verificaram que o que variava para cada golpe era o expoente</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Meia-vida de uma substância</td><td>A priori</td><td>Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.</td><td rowspan="2">Positiva</td></tr>
<tr><td>A posteriori</td><td>Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Radioatividade</td><td>A priori</td><td>Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.</td><td rowspan="2">Positiva</td></tr>
<tr><td>A posteriori</td><td>. Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Problema do antibiótico</td><td>A priori</td><td>Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.</td><td rowspan="2">Positiva</td></tr>
<tr><td>A posteriori</td><td>Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos</td><td></td></tr>
</table>

Problema da Epidemia	A priori	que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.	Positiva
	A posteriori	Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso	
Crescimento Exponencial	A priori	Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.	Positiva
	A posteriori	Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso	
Crescimento Populacional	A priori	Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.	Positiva
	A posteriori	Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso	
Valor de um Imóvel	A priori	Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.	Positiva
	A posteriori	Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso	
	A priori	Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.	

Decaimento	A posteriori	Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso	Positiva
Crescimento Populacional	A priori	Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.	Positiva
	A posteriori	Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso	
Decomposição de uma substância	A priori	Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.	Positiva
	A posteriori	Apesar das dificuldades apresentada, os alunos conseguiram entender e desenvolver o problema com sucesso	
Isótopo Radioativo	A priori	Os alunos utilizarão, para resolver o problema, os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente a meia vida. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso.	Positiva
	A posteriori	Neste problema os alunos enfrentaram dificuldades não chegando a um resultado satisfatório	

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

As atividades de aprofundamento teve seu papel importante para que os alunos percebessem a aplicação das funções exponenciais em determinados assuntos, tais como meia-vida, decaimento, crescimento populacional e dentre outros. Todos os problemas contribuíram para que eles tirassem dúvidas e aprimorassem o conhecimento.

QUADRO 53: Comparação da análise a priori com a posteriori dos testes

Assunto	**Análise**	**Pré-Teste**	**Pós-Teste**	**Validação**
1ª Questão	A priori	Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda não estudaram o assunto	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	Positiva
	A posteriori	10% dos alunos acertaram, 30% erraram e 60% deixaram em branco	Os alunos tiveram um avanço em relação a questão, pois 82,5% acertaram a questão e nenhuma questão em branco. Esses resultados são satisfatórios, já que representa um índice de acerto superior a 50%	
2ª Questão	A priori	Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda não estudaram o assunto	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	Positiva
	A posteriori	30% dos alunos erraram a questão e 70% deixaram em branco	Os alunos tiveram um avanço em relação a questão, pois 87,5% acertaram, 10% erraram e 2,5% deixaram em branco . Esses resultados são satisfatórios, já que apresenta um índice acima de 50% de aproveitamento	
		Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois	

	A priori	não estudaram o assunto	utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	
3ª Questão	A posteriori	17,5% erraram a questão e 82,5% deixaram a questão em branco	Os alunos tiveram um leve avanço em relação a questão, pois 55% acertaram e 40% erraram a questão. Considerando o pequeno avanço, no entanto, os alunos tiveram acima dos 50%, o que concluímos como satisfatório	Positivo
4ª Questão	A priori	Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda não estudaram o assunto	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	Positivo
	A posteriori	2,5% acertaram a questão, enquanto que 92,5% deixaram em branco	Os alunos tiveram um avanço em relação a questão, pois 67,5% acertaram a questão, 25% erraram e 7,5% deixaram em branco. Consideramos um resultado satisfatório uma vez que mais de 50% dos alunos acertaram a questão	
	A priori	Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda não estudaram o assunto	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	

5ª Questão	A posteriori	100% dos alunos deixaram em branco a questão	Os alunos tiveram dificuldades nessa questão considerando um pequeno avanço, pois 52,5% acertaram, 40% erraram e 7,5% deixaram em branco a questão. Apesar do relativo avanço, no entanto o resultado foi acima de 50%	Positiva
6ª Questão	A priori	Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda não estudaram o assunto	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	Negativa
	A posteriori	10% erraram a questão e 90% deixaram em branco	Os alunos tiveram 47,5% de acertos nessa questão e 42,5% erraram, apesar dos índices de acertos serem maiores que no pré-teste, não tivemos um índice acima de 50%.	
7ª Questão	A priori	Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda não estudaram o assunto	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	Positiva
	A posteriori	2,5% dos alunos acertaram a questão, enquanto que 90% deixaram em branco.	Os alunos tiveram um avanço na questão, pois 67,5% acertaram a questão e apenas 12,5% deixaram em branco. Como tiemos um índice acima de 50%	

			consideramos um resultado satisfatório	
8ª Questão	A priori	Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda não estudaram o assunto	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	Positiva
	A posteriori	2,5% acertaram a questão e 87,5% deixaram a questão em branco	Os alunos tiveram um relativo avanço, pois 57,5% acertaram, 27,5% erraram a questão, apesar do avanço ser relativamente baixo, mas consideramos satisfatório, pois tivemos um índice acima de 50%	
9ª Questão	A priori	Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda não estudaram o assunto	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	Negativa
	A posteriori	7,5% erraram a questão e 92,5% deixaram em branco	Os alunos tiveram 35% de acertos, 32,5% erraram e 32,5% deixaram a questão em branco. Apesar do índice de acertos no pós-teste ser maior que no pré-teste não tivemos um índice maior que 50%	
		Os alunos não conseguirão resolver, pois ainda	Os alunos encontrarão a resposta mais adequada para resolver a questão, pois	

10ª Questão	A priori	não estudaram o assunto	utilizarão os conhecimentos adquiridos nas atividades	Negativa
	A posteriori	7,5% dos alunos erraram a questão e 92,5% deixaram em branco	27,5% dos alunos acertaram a questão, 30% erraram e 42,5% deixaram em branco. Apesar do índice de acerto ser maior que no pré-teste, não tivemos avanço, pois não alcançamos um índice acima de 50%.	

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Na etapa das análises prévias um teste diagnóstico foi realizado em outra escola, e na escola onde foi realizado a pesquisa realizamos dois teste, um no início e outro no final da experimentação da sequência didática. Quando comparamos esses testes, percebemos que tivemos um aumento, acerca dos acertos nessas questões. Esse comparativo demonstra uma melhora no desempenho dos alunos em relação ao ensino de Funções Exponenciais, já que a média no pré-teste foi de 0,35, enquanto no pós-teste foi de 6,27, considerando uma escala de 0 a 10. O quadro 56 traz um comparativo dos valores relativos, em relação dos acertos desses testes, junto com o grau de dificuldades apontado pelos docentes escolhidos de algumas escolas da capital de Belém do Pará todos atuantes do Ensino Médio e outros também do Ensino Fundamental conforme o Quadro 56

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como já declaramos inicialmente, nosso objetivo foi analisar as potencialidades de uma sequência didática para o ensino de funções exponenciais na educação básica, baseado no ensino de matemática por atividades, abordando os conceitos de funções exponenciais suas propriedades e aplicações em problemas e exercícios que envolvem o tema. Para isso, optamos em adotar a engenharia didática como metodologia de pesquisa.Portanto fizemos uma análise prévia do ensino habitual, baseado em uma regisão de estudos dos centros de formação, em nível nacional, um breve histórico da função exponencial, uma consulta dos discentes e docentes paraenses sobre o ensino e aprendizagem, para a elaboração da nossa sequência didática.

Em alguns momentos da nossa pesquisa nas análises prévias, podemos dizer que as informações levantadas, no que se trata o ensino da função exponencial, jogos são utilizados como metodologia para facilitar o ensino aprendizagem da função exponencial, e em alguns casos encontrados, o uso de softwares educacionais como Geogebra que também é um recurso utilizado como facilitador na compreensão do tema.

As opiniões dos discentes e docentes acerca do ensino das funções exponenciais e como são tratadas em sala de aula revela a necessidade de encontrarmos meios metodológicos no sentido de construir outras formas para valorizar os conhecimentos de base do estudo de funções exponenciais, tais como o estudo das propriedades das potências que tem uma total relevância na aprendizagem da função exponencial e na solução de problemas exponenciais e suas interpretações, visto que os testes e as declarações fornecidas pelos alunos, revelam possíveis deficiências na base das potências para uma melhor compreensão das funções exponenciais. As consultas também revelaram que o experimento didático é um procedimento metodlógico pouco utilizado em sala de aula por conta de pouca carga horária para explorar o ensino com um método que requer mais tempo em sala de aula, e ainda o desconhecimento de outros métodos que possam viabilizar o ensino desse tema, o que demonstra a necessidade de construir atividades que possam ser trabalhadas levando em conta o curto espaço de tempo e as dificuldades que os professores enfrentam durante suas avaliações relacionadas a aprendizagem dos seus alunos.

Na experimentação encontramos erros básicos de potenciação quando tratava-se da interpretação de uma potência quando o aluno não sabia o significado de um expoente que foi um obstáculo para o desenvolvimento de algumas atividades.

Com relação ao tempo de aplicação dessa sequência didática, consideramos positivo quando comparamos com a metodologia utilizada pelos softwares, tal como, Geogebra, pois na nossa sequência não exige laboratório de informática, pois muitas escolas apresentam laboratórios sem condições de uso, portanto nesta sequência que apresentamos utiliza-se somente papel, lápis ou caneta e ainda régua que são materiais de baixo custo o que torna acessível a qualquer escola.

A sequência didática analisada se mostrou possível e válida, já que os alunos a experimentaram e conseguiram alcançar o aprendizado com eficácia observando os resultados e aprenderam analisar as variáveis as propriedades que geralmente são propriedades anunciadas.

De modo geral, essa sequência didática, mediante alguns ajustes no sentido de buscar sempre uma maneira facilitadora para o aluno, pode se transformar em um produto metológico, aos professores, muito relevante ao ensino de funções exponenciais, visto que os resultados dessa pesquisa demonstraram um avanço com relação ao desempenho dos alunos em relação ao desenvolvimento das atividades aplicadas e aos testes que aconteceram durante esse processo.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, SIRLENE N. "**Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino médio e ensino superior para o caso da noção de função exponencial".** Tese (Doutorado em Educação Matemática). universidade bandeirante de são Paulo. SP. 2012

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean (org); FIGUEIREDO, Maria José (tradução). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: instituto Piaget, 1996.

ARAÚJO, E. de. **A concepção de um software de matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira serie do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas**. 154f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, SP. 2005.

BARRETO, Marina. **Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários**.Dissertação de Mestrado. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre.2008.

BRAGA, C. Função: **A alma do ensino da matemática**. São Paulo: Annablume. Fapesp, 2006.

BRAZ, R. A. F. da S. **Uma proposta de utilização de material manipulativo no aprendizado da Função Exponencial.** 125f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Rural de Pernambuco, Pernambuco, Recife. 2007.

BREUNIG, R. T. e GABBI, R. **Ensino de função exponencial e o jogo de xadrez.** II CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática e IX EREM – Encontro Regional de Educação Matemática. 2011.

BRUCKI, C. M. **O uso da modelagem no ensino da Função Exponencial**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. SP. 2011.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Uma história concisa da matemática no Brasil.** Petrópolis/RJ: Vozes, 2008.

DOMINONI. N. R. F. **Utilização de diferentes Registros de representação: Um estudo envolvendo Funções Exponenciais**. 124f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. 2005.

FONSECA, Vilmar et al. **Estudo epistemológico do conceito de Função: uma retrospectiva.** XI Encontro Nacional de Educação Matemática. 18 a 21 de Julho de 2013. Curitiba, PR.

FERREIRA, R. L. **Uma seqüência de Ensino para o estudo de logaritmos usando a Engenharia Didática**. 151f. Dissertação (Mestrado profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática). Centro Universitário Franciscano, Santa Catarina, RS. 2006.

GADIOLA, A. Oliveira. **Função Exponencial: Definição, caracterização e aplicações.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Espírito Santo, ES. 2015.

LEVIN, Jack; FOX, James Alan. Estatística para ciências humanas. 9. Ed. Tradução Alfredo Alves de Farias São Paulo: Pearson, 2004.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos da Matemática Elementar v.1 – 7ed – S. Paulo: Atual, 2000

MENDES, Iran A; BRITO, Arlete; CARVALHO, Dione L. **História da Matemática em atividades didáticas**. Natal/RN: EDUFRN, 2005

MUNEM, Mustafa A. ; FOULIS, David J. Cálculo volume 1.ed. Guanabara-Rio de Janeiro, RJ, 1982

OLIVEIRA, Michelle Noberta A. **Análise da Contextualização da Função Exponencial e da Função Logarítmica nos Livros Didáticos do Ensino Médio.** Dissertação de Mestrado do programa de pós graduação Profissional – Profmat da Universidade Federal de Campina Grande,PB- 2014

PEREIRA, J. G. de A. **Abordagem das Funções exponenciais e logarítmicas numa perspectiva conceitual e gráfica no Ensino Médio**. 123f. Dissertação (Mestrado em

Ensino de Ciências e Matemática).Pontifícia Universidade Católica - PUC, Minas Gerais, BH. 2010.

RIBEIRO, Jackson.Matemática:**ciência, linguagem e tecnologia**, 1:ensino médio- São Paulo: Scipione, 2010

SÁ, Pedro F. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém/Pa: Eduepa, 2009

SANTOS, A. T. C. **O Ensino da Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com uso do software geogebra**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. SP. 2011.

SILVA, Sílvio T. **O ensino das funções exponencial e logarítmica por atividades**. Dissertação de mestrado do programa de pós-graduação em educação da Universidade do Estado do Pará. Belém/Pa, 2014.

SILVA, Rodrigo S. **Da interpretação à conceituação: uma sequência didática baseada no uso de problemas envolvendo funções exponenciais e logarítmicas**.Artigo a nível de mestrado.Instituto Federal do Rio Grande do Sul – Caxias do Sul. RS. 2012.

VOSGERAU, Dilmiere S. ; ROMANOWSKI, Joana P. **Estudos de revisão**: implicações conceituais e metodológicas. Ver. Diálogo Educ., vol. 14, n.41., p. 165-189, jan/abr. Curitiba, 2014.

APÊNDICE A

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),_____________________________________

Neste momento estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, para tanto necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo para o êxito deste trabalho. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em sigilo.

Muito obrigado!

1-Idade: ____ anos.
Data:___/___/___

2- Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

3- Quem é o seu responsável? ( )Pai ( )Mãe ( )Avô ( )Avó ( )Tia ( )Tio ( )Irmão ( )Irmã ( ) Não tenho ( ) Outro. Quem?____________

4- Até que série estudou o seu responsável? ____________

5- Seu responsável trabalha? ( ) Sim ( ) Não

6- Você estudou o Ensino Fundamental em que tipo de escola: ( ) Estadual ( ) Municipal ( ) Particular ( ) Outra. Qual?___________

7- Você trabalha de forma remunerada? ( ) Sim ( ) Não ( ) Às vezes

8- Você faz algum curso? ( ) Informática ( ) Língua estrangeira ( ) Outro

9- Você gosta de Matemática? ( ) Nenhum pouco ( ) Pouco ( ) Muito

10- Você está repetindo esta série? ( ) Não ( ) Sim

11-Você têm dificuldade para aprender matemática? ( ) Não ( ) Um pouco ( ) Muito

12- Você se distrai nas aulas de matemática? ( ) Não, eu sempre presto atenção ( ) Sim, eu não consigo prestar atenção ( )Às vezes, quando a aula está chata

13- Você costuma estudar matemática fora da escola. ( ) Só no período de prova ( ) Só na véspera da prova ( ) Só nos fins de semana ( )Todo dia ( ) Alguns dias da semana.

14- Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de matemática? ( ) Professor particular ( ) Pai ( ) Mãe ( ) Irmão ( ) Amigo(a) ( ) Ninguém ( ) Outros. Quem? ________

15- Quando você estudou **Função Exponencial**, a maioria das aulas

(   ) iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios

(   ) iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto

(   ) iniciaram com um experimento para chegar ao conceito

(   ) iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo

(   ) iniciaram com a História do assunto

16- Quando você estudou **Função Logarítmica**, a maioria das aulas começa:

(   ) iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios

(   ) iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto

(   ) iniciaram com um experimento para chegar ao conceito

(   ) iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo

(   ) iniciaram com a História do assunto

17- Para fixar o conteúdo de **Função Exponencial** seu professor costumava:

(   ) apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos

(   ) apresentar jogos envolvendo o assunto

(   ) solicitar que os alunos resolvessem questões do livro didático

(   ) não propor questões de fixação

(   ) solicitar que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver

18 - Para fixar o conteúdo de **Função Logarítmica** seu professor costumava:

(   ) apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos

(   ) apresentar jogos envolvendo o assunto

(   ) solicitar que os alunos resolvessem questões do livro didático

(   ) não propor questões de fixação

(   ) solicitar que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver

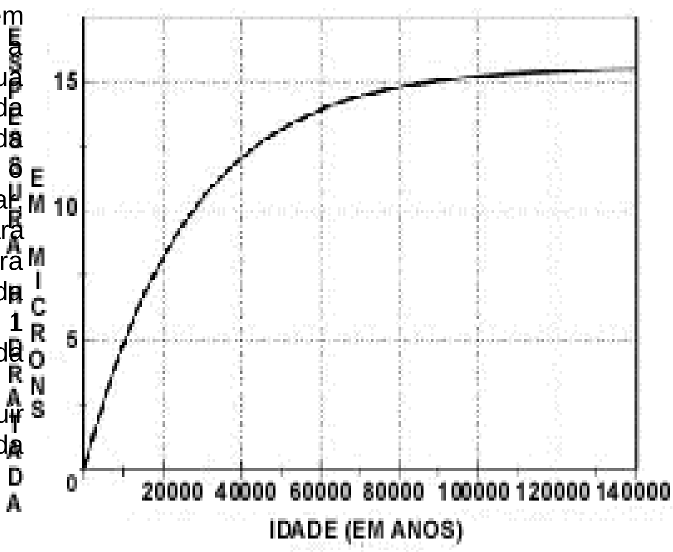
19 – A respeito de Função Exponencial e Logarítmica e seus conhecimentos, preencha o quadro abaixo.

Conteúdo	Você lembra ter estudado?		Grau de dificuldade para aprender				
	SIM	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Definição da Função Exponencial							
Gráfico da Função Exponencial							
Domínio e Imagem de uma Função Exponencial							
Equação do tipo: $2^x = 64$							
Equação do tipo: $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 128$							
Equação do tipo: $4^{2x} + 5.4^x + 6 = 0$							
Inequação exponencial							
Condições de existência de um Logaritmo							
Logaritmo de um produto							
Logaritmo de um quociente							
Logaritmo de uma potência							
Mudança de base							
Cologaritmo							
Logaritmo de um produto							
Definição da Função Logarítmica							
Gráfico da Função Logarítmica							
Relação Gráfica entre Função Logarítmica e Exponencial							
Domínio e Imagem de uma Função Logarítmica							
Equação do tipo: $Log_3\ x = 5$							

Equação do tipo: $Log_2(x+1) + Log_2(x-1) = 1$							
Equação do tipo: $Log_{x-1} 3 = 2$							
Equação do tipo: $2Log\ x = Log\ 2x - log\ 3$							
Sistema de Equações Logarítmicas							
Inequação Logarítmica							
Situações-problema em que é fornecida a Função, e lhe é pedido o registro gráfico.							
Situações-problema em que é fornecido o gráfico, e lhe é pedido o registro algébrico.							
Situação em que são fornecidos variáveis para que seja construído os registros algébrico e gráfico.							

Resolva as questões abaixo:

1. A Obsidiana é uma pedra de origem vulcânica que, em contato com a umidade do ar, fixa água em sua superfície formando uma camada hidratada. A espessura da camada hidratada aumenta de acordo com o tempo de permanência no ar, propriedade que pode ser utilizada para medir a idade. O gráfico ao lado mostra como varia a espessura da camada hidratada em microns (1 micron = 1 milésimo de milímetro) em função da idade da obsidiana.
Com base no gráfico, pode-se concluir que a espessura da camada hidratada de uma obsidiana



a) é diretamente proporcional a sua idade;
b) dobra a cada 10.000 anos;
c) aumenta mais rapidamente quando a pedra é mais jovem;
d) aumenta mais rapidamente quando a pedra é mais velha;
e) a partir de 100.000 anos não aumenta mais;

2. A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei $y = 1000.\ (0,9)^x$. O número de unidades produzidas no segundo ano desse período recessivo foi de:
a) 900 b) 1000 c) 180 d) 810 e) 90

3. Em uma calculadora científica de 12 dígitos quando se aperta a tecla log, aparece no visor o logaritmo decimal do número que estava no visor. Se a operação não for possível, aparece no visor a palavra ERRO.
Depois de digitar 42 bilhões, o número de vezes que se deve apertar a tecla log para que, no visor, apareça ERRO pela primeira vez é:
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

4. Compare as duas tabelas abaixo veiculadas pelo Jornal do Brasil em 1999 e em 2005. Volte sua atenção para os preços dos anúncios de 4,6 cm de largura por 3 cm de altura.

TABELA DE PREÇOS PARA AVISOS RELIGIOSOS E FÚNEBRES

LARGURA	ALTURA	R$ DIAS ÚTEIS	R$ DOMINGOS
	3 cm	162,00	234.00
	4 cm	216,00	312.00
	5 cm	270.00	390,00
	3 cm	324,00	468.00
	4 cm	432,00	624.00
	5 cm	540,00	780,00
	6 cm	648.00	936.00

DEMAIS FORMATOS, CONSULTE-NOS 574-4540/574-4320

JORNAL DO BRASIL julho de 1999 — DIA ÚTIL: R$ 54,00 D-CM DOMINGO: R$ 78,00 D CM

Largura	Altura	2ª a Sábado	Do
1 col (4,6 cm)	3 cm	288,00	[illegible]
1 col (4,6 cm)	4 cm	384,00	[illegible]
2 col (9,6 cm)	3 cm	576,00	[illegible]
2 col (9,6 cm)	5 cm	960,00	[illegible]
2 col (9,6 cm)	7 cm	1.344,00	[illegible]
3 col (14,6 cm)	4 cm	1.152,00	[illegible]
3 col (14,6 cm)	6 cm	1.728,00	[illegible]
3 col (14,6 cm)	7 cm	2.016,00	[illegible]
3 col (14,6 cm)	10 cm	2.880,00	[illegible]
4 col (19,6 cm)	12 cm	4.608,00	[illegible]

Para outros formatos, consulte PLANTÃO 3820-2254 Jornal do www.jb.co

2005 no Jorna

Qual será, aproximadamente, o preços do anúncio de 4,6cm por 3 cm no ano de 2011, considerando que a taxa de aumento anual seja constante.
a) 508,43 b) 548,00 c) 600,43 d) 648,00 e) 700,43

5. Num período prolongado de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função $q(t) = q_0.2(-0,1)t$ sendo q0 a quantidade inicial de água no reservatório e q(t) a quantidade de água no reservatório após t meses. Em quantos meses a quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade do que era no início?
a) 5 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

6. Seja a Função Exponencial $F(x) = a^x$ é correto afirmar que:
a) Ela é crescente se x>0.
b) Ela é crescente se a>0
c) Ela é crescente se a>1
d) Ela é crescente se a ≠ 1
e) Ela é crescente se 0 < x < 1

7. Supondo que exista, o logaritmo de a na base b é:
a) o número ao qual se eleva a para se obter b.
b) o número ao qual se eleva b para se obter a.
c) a potência de base b e expoente a.
d) a potência de base a e expoente b.
e) a potência de base 10 e expoente a.

8. Segundo a lei de resfriamento de Newton, a taxa de resfriamento de um corpo é diretamente proporcional à diferença de temperatura entre este objeto e o meio ambiente. Sendo assim, a temperatura de um objeto pré-aquecido, após colocado por t minutos em um ambiente a 20ºC, é dada por T(t)=20 +Kect. Considerando que o objeto foi aquecido a uma temperatura de 200ºC e em 10 minutos estava a 110ºC, as constantes K e c devem ser:
a)k = 180 e c = (-ln 2)/10 b) k = 180 e c = 90 ln 2 c) k = 10 e c = (-ln 2)/10 d) k = 10 e c = (ln 9)/10 e) k =180 e c = (ln 2)/10

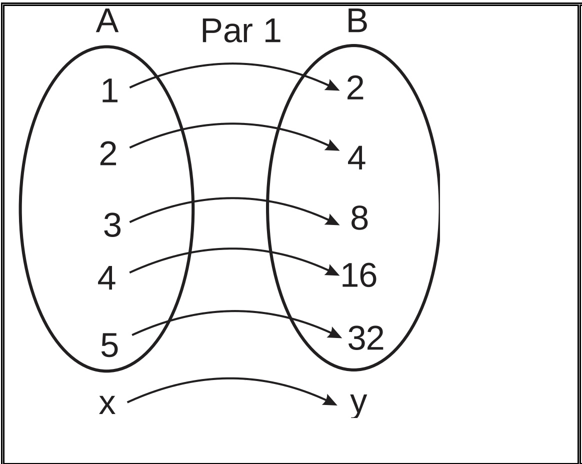
9. A indústria de computação cada vez mais utiliza a denominação 1K como substituto parao número mil (por exemplo Y2K , como ano 2000). Há um erro de aproximação neste uso, já que o valor técnico com que se trabalha, 1K = 210, não é 1000. Assim rigorosamente falando, uma notícia como “o índice Dow-Jones pode atingir 3K”, significaria que o indice pode atingir:

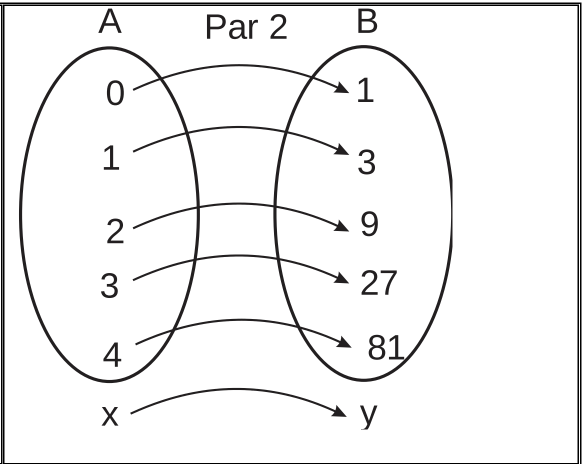
a) 3000 b) 2960 c) 3012 d)2948 e) 3072

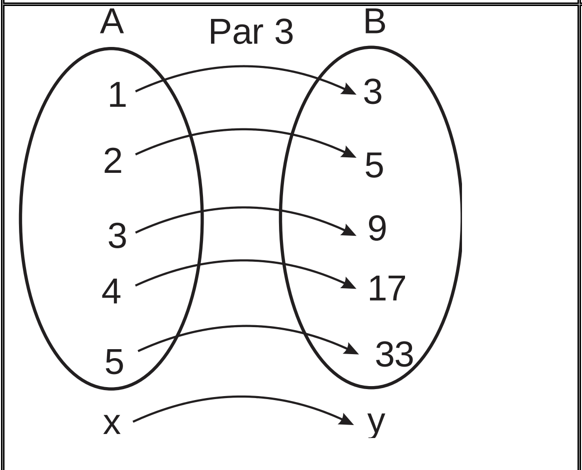
10. Em quantos anos 500g de uma substância radioativa que se desintegra a uma taxa de 3% ano, se reduzirão a 100g? Use $Q = Q_0.e^{-rt}$, em que **Q** é a massa da substância, **r** é a taxa e **t** é o tempo em anos.

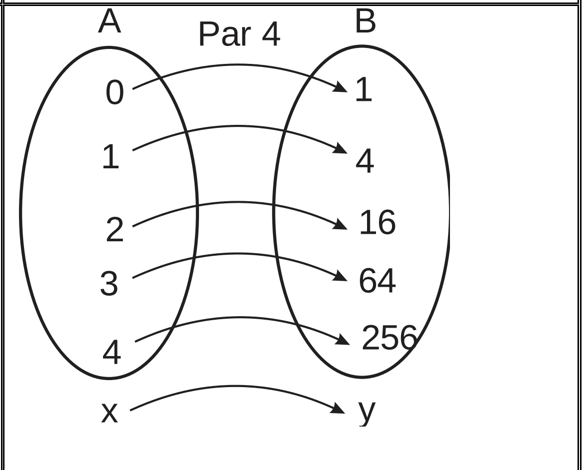
APÊNDICE B

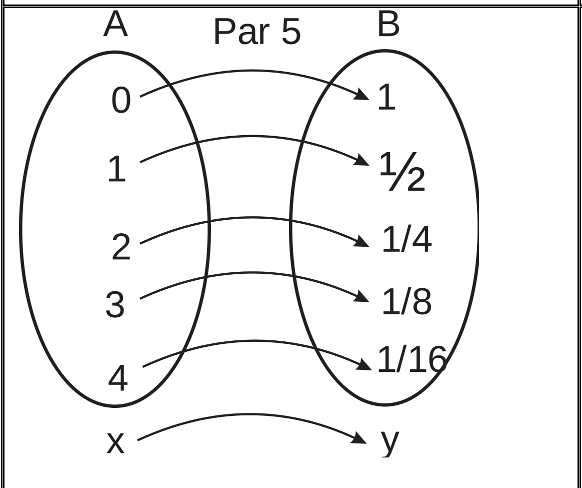
QUADRO I

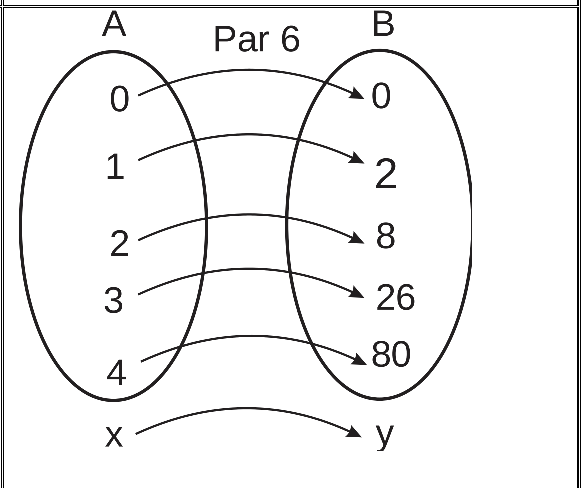


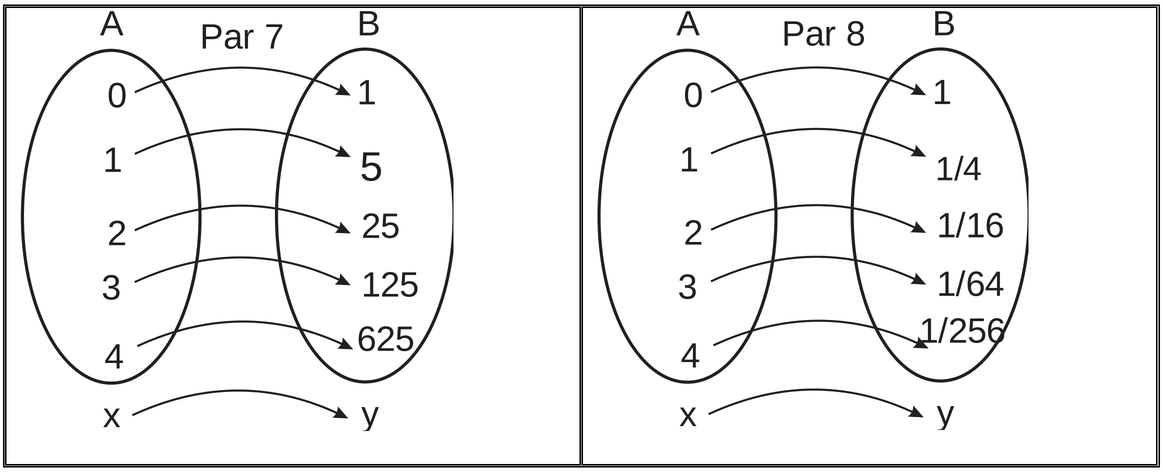






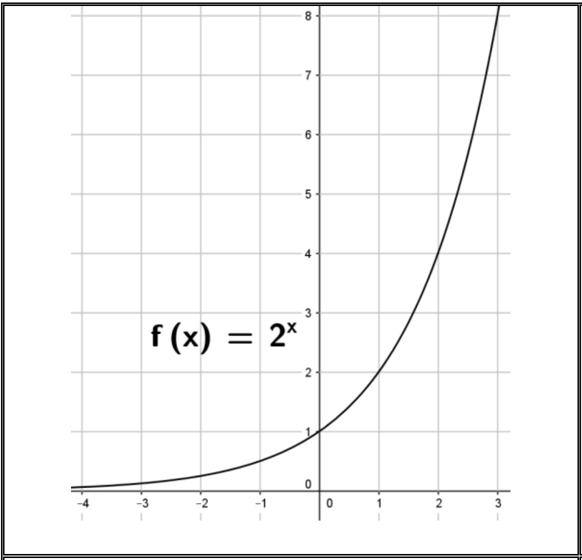


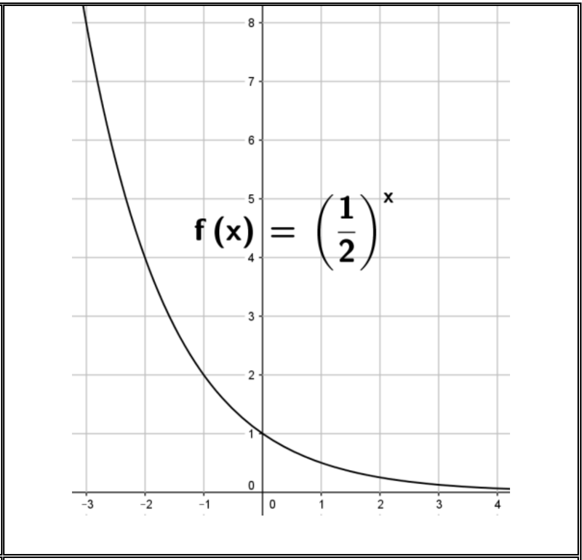


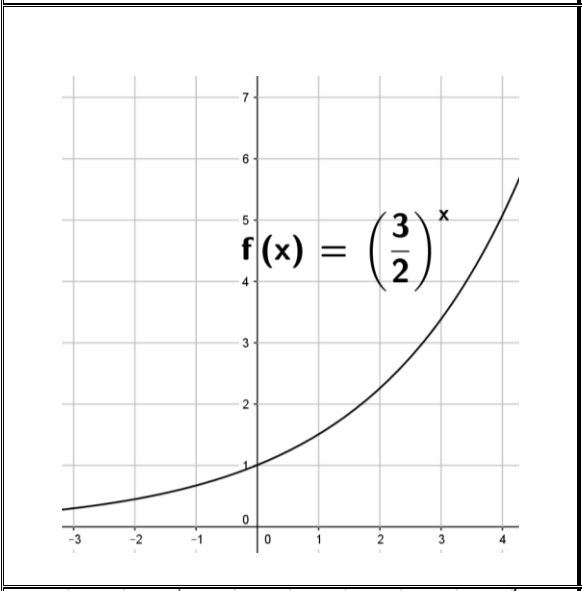

A
Par 7
B
0
1
2
3
4
x
1
5
25
125
625
y
A
Par 8
B
0
1
2
3
4
x
1
1/4
1/16
1/64
1/256
y

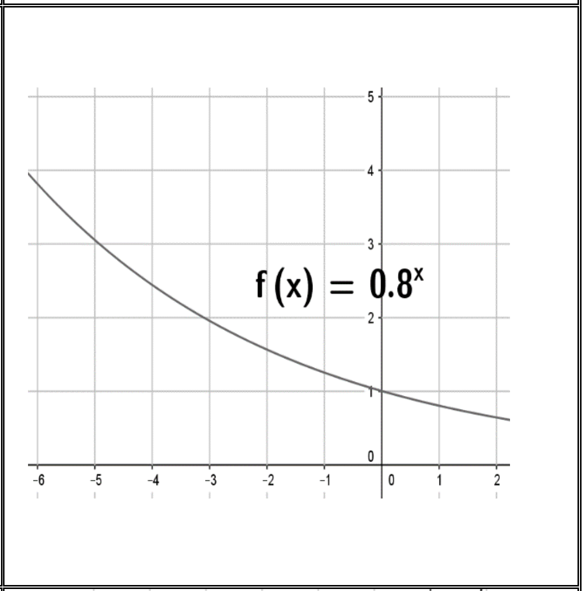
APÊNDICE C

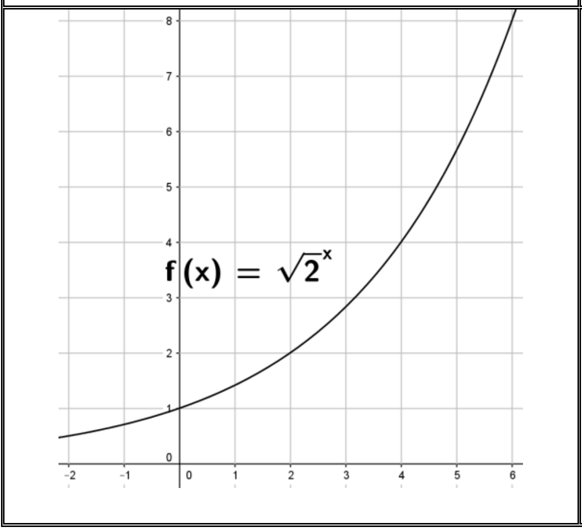
QUADRO DE GRÁFICOS I

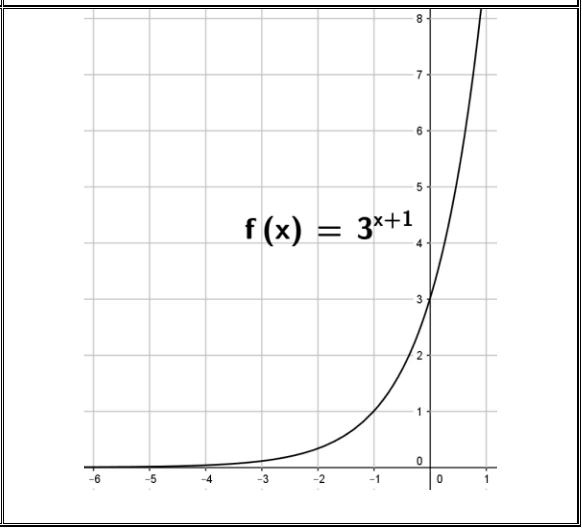


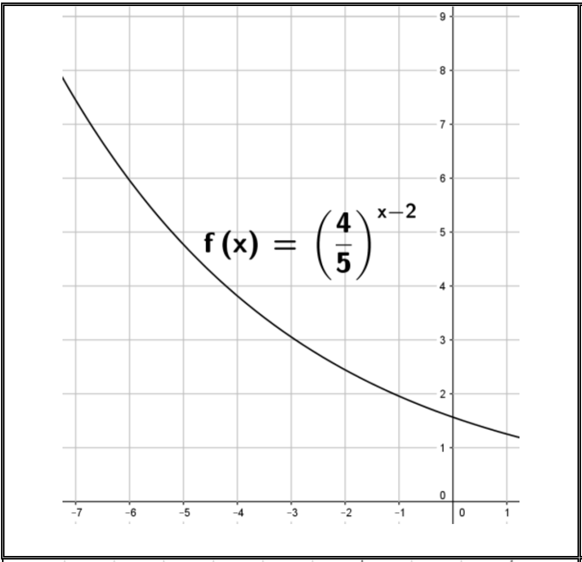


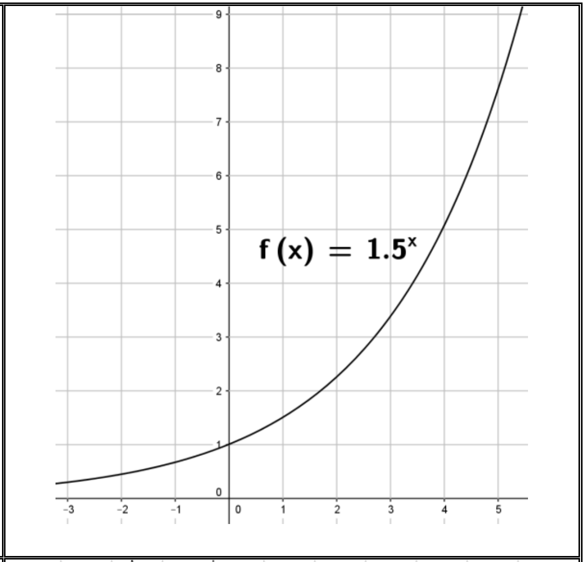


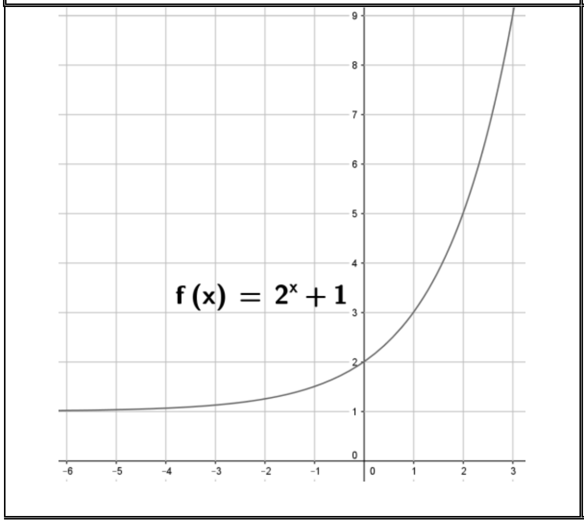


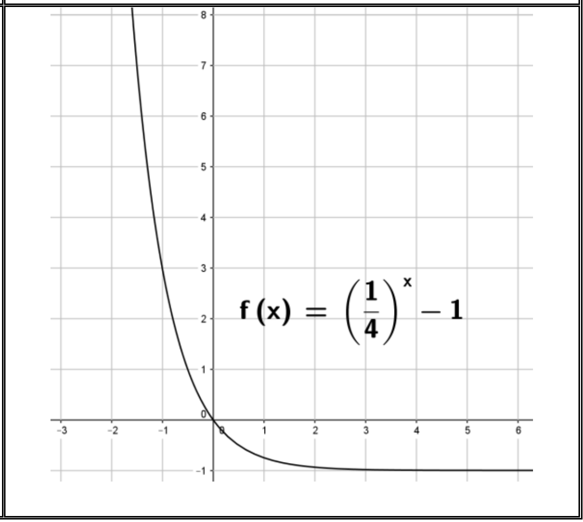





$f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^{x-2}$

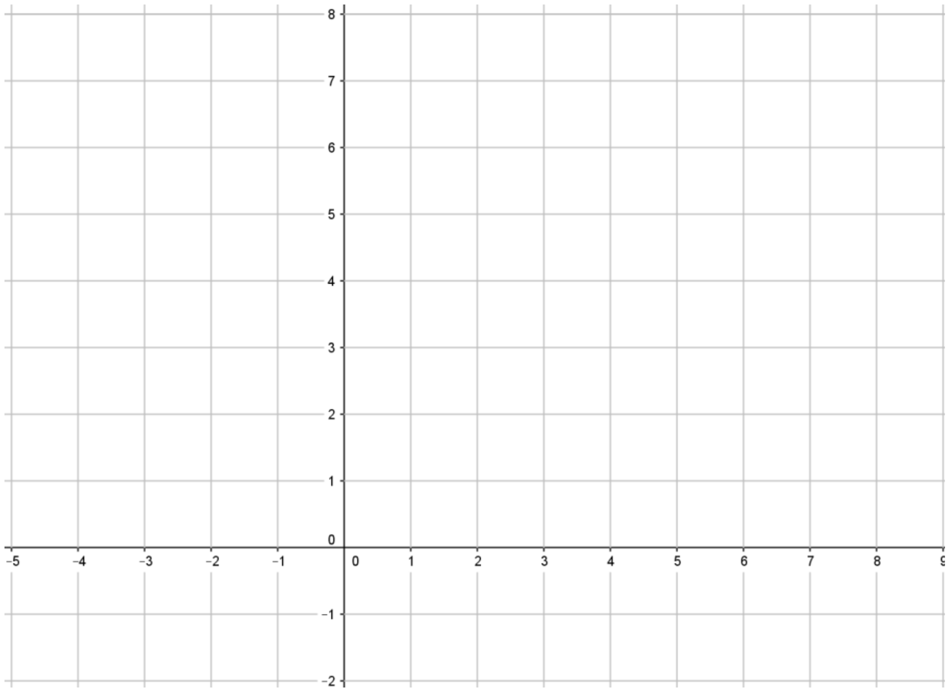

$f(x) = 1.5^x$


$f(x) = 2^x + 1$


$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 1$

APÊNDICE D

PLANO CARTESIANO



APÊNDICE E

PRÉ-TESTE

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA

CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

1) Uma imobiliária acredita que o valor v de imóvel no litoral varia segundo a lei $v(t) = 60.000.(0,9)^t$, em que t é o número de anos contados a partir de hoje.Quanto valerá esse imóvel daqui a 2 anos ?

a) R$10.800 b) R$20.800 c) R$30.600 d) R$12.800 e) R$48.600

2) Em relação à função exponencial $f(x) = a^x$ é correto afirmar que ela é:

a) crescente se x>0

b) decrescente se $a \neq 1$

c) crescente se *a*>0

d) decrescente se 0 < x < 1

e) crescente se *a* > 1

3) Uma maionese mal conservada causou mal-estar nos frequentadores de um clube. Uma investigação revelou a presença da bactéria salmonela, que se multiplica segundo a lei $n(t) = 200.2^{a.t}$ em que $n(t)$ é o número de bactérias encontradas na amostra de maionese t horas após o início do almoço e a é uma constante real. Sabendo que após 3 horas do início do almoço o número de bactérias era de 800, qual será o número de bactérias após 1 dia da realização do almoço ? (Use $2^{10} \sim 10^3$)

a) 128.10^5 b) 128.10^6 c) 128.10^4 d) 130.10^5 e) 130.10^6

4) Segundo dados de uma pesquisa, a população de certa região do país vem decrescendo em relação ao tempo t, contado em anos, aproximadamente, segundo a relação $P(t) = P(0).2^{-0,25.t}$, sendo P(0) uma constante que representa a população

inicial dessa região e $P(t)$ a população t anos após, determine quantos anos se passarão para que essa população fique reduzida à quarta parte inicial.

a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 15

5)Certo tratamento médico consiste na aplicação de uma determinada substância a um paciente. Admita que a quantidade Q de substância que permanece no paciente, t horas após sua aplicação, é dada, em miligramas, por $Q(t) = 250^{(1-0,1t)}$.

10 horas após a aplicação da substância a quantidade que permanece no paciente é:

a) 250mg b) 10mg c) 5mg d) 1mg e) 0,75mg

6) Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5 \,.\, 2^{t}$, em que t representa o tempo em anos. Para que a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3

b) um número par e múltiplo de 5

c) um número múltiplo de 4

d) um número ímpar e divisível por 7

e) um número irracional

7) O valor de um certo imóvel, em reais, daqui a t anos é dado pela função $V(t) = 1000.(0,8)^{t}$. Daqui a 2 anos, esse imóvel sofrerá, em relação ao valor atual, uma desvalorização de:

a) R$800,00 b) R$640,00 c)R$512,00 d) R$360,00 e) R$200,00

8) Uma pessoa deposita uma quantia em dinheiro na caderneta de poupança. Sabendo-se que o montante na conta, após t meses, é dado por $M(t) = C \,.\, 2^{0,01t}$, em que C é uma constante positiva, o tempo mínimo para duplicar a quantia depositada é:

a) 6 anos e 8 meses

b) 7 anos e 6 meses

c) 8 anos e 4 meses

d) 9 anos e 3 meses

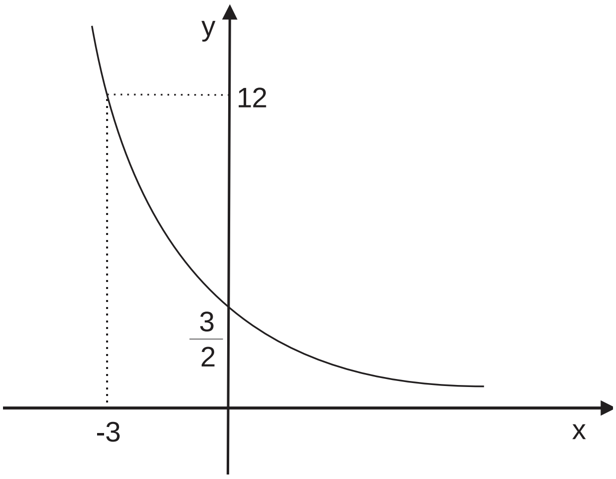
e) 10 anos e 2 meses

9) As células cancerosas são, geralmente, menos especializadas nas suas funções do que as suas correspondentes normais. Conforme as células cancerosas vão substituindo as normais, os tecidos invadidos vão perdendo suas funções. Por exemplo, a invasão dos pulmões gera alterações respiratórias, a invasão do cérebro pode gerar dores de cabeça, consulsões, alterações da consciência etc.

A quantidade de células de um tecido cancerosa aumenta de acordo com a função $N(t) = C.2^{\frac{t}{3}}$, que relaciona a quantidade de células N ao tempo t dado em meses, sendo C a quantidade de células no instante inicial. Determine o tempo, em meses, em que o número de células desse tecido irá duplicar.

a) 1 mês b) 2 meses c) 3 meses d) 4 meses e) 5 meses

10) Observe a figura:



Nessa figura, está representado o gráfico de $f(x) = k.a^x$, sendo K e *a* constantes positivas. O valor de f(2) é:

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4}$ d) 1 e) 2

APÊNDICE F

PÓS-TESTE

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA

CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

1) Uma imobiliária acredita que o valor v de imóvel no litoral varia segundo a lei $v(t) = 60.000.(0{,}9)^t$, em que t é o número de anos contados a partir de hoje.Quanto valerá esse imóvel daqui a 2 anos ?

a) R$10.800 b) R$20.800 c) R$30.600 d) R$12.800 e) R$48.600

2) Em relação à função exponencial $f(x) = a^x$ é correto afirmar que ela é:

a) crescente se x>0

b) decrescente se $a \neq 1$

c) crescente se *a*>0

d) decrescente se 0 < x < 1

e) crescente se *a* > 1

3) Uma maionese mal conservada causou mal-estar nos frequentadores de um clube. Uma investigação revelou a presença da bactéria salmonela, que se multiplica segundo a lei $n(t) = 200.2^{a.t}$ em que $n(t)$ é o número de bactérias encontradas na amostra de maionese t horas após o início do almoço e a é uma constante real. Sabendo que após 3 horas do início do almoço o número de bactérias era de 800, qual será o número de bactérias após 1 dia da realização do almoço ? (Use $2^{10} \sim 10^3$)

a) 128.10^5 b) 128.10^6 c) 128.10^4 d) 130.10^5 e) 130.10^6

4) Segundo dados de uma pesquisa, a população de certa região do país vem decrescendo em relação ao tempo t, contado em anos, aproximadamente, segundo a relação $P(t) = P(0).2^{-0{,}25.t}$, sendo P(0) uma constante que representa a população inicial dessa região e $P(t)$ a população t anos após, determine quantos anos se passarão para que essa população fique reduzida à quarta parte inicial.

a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 15

5)Certo tratamento médico consiste na aplicação de uma determinada substância a um paciente. Admita que a quantidade Q de substância que permanece no paciente, t horas após sua aplicação, é dada, em miligramas, por $Q(t) = 250^{(1-0,1t)}$.

10 horas após a aplicação da substância a quantidade que permanece no paciente é:

a) 250mg b) 10mg c) 5mg d) 1mg e) 0,75mg

6) Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5 \,.\, 2^{t}$, em que t representa o tempo em anos. Para que a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3

b) um número par e múltiplo de 5

c) um número múltiplo de 4

d) um número ímpar e divisível por 7

e) um número irracional

7) O valor de um certo imóvel, em reais, daqui a t anos é dado pela função $V(t) = 1000.(0,8)^{t}$. Daqui a 2 anos, esse imóvel sofrerá, em relação ao valor atual, uma desvalorização de:

a) R$800,00 b) R$640,00 c)R$512,00 d) R$360,00 e) R$200,00

8) Uma pessoa deposita uma quantia em dinheiro na caderneta de poupança. Sabendo-se que o montante na conta, após t meses, é dado por $M(t) = C \,.\, 2^{0,01t}$, em que C é uma constante positiva, o tempo mínimo para duplicar a quantia depositada é:

a) 6 anos e 8 meses

b) 7 anos e 6 meses

c) 8 anos e 4 meses

d) 9 anos e 3 meses

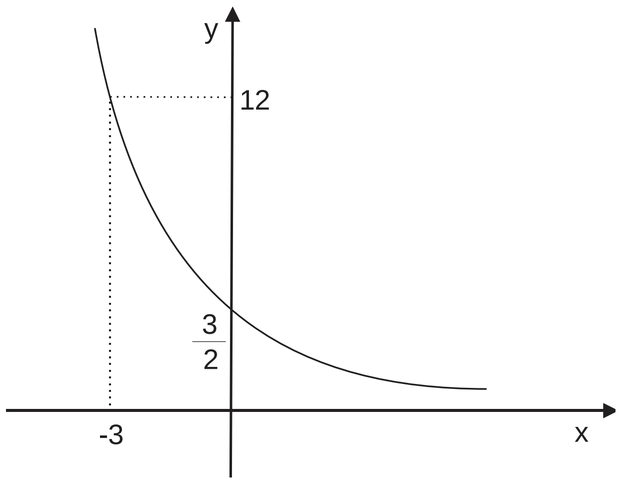
e) 10 anos e 2 meses

9) As células cancerosas são, geralmente, menos especializadas nas suas funções do que as suas correspondentes normais. Conforme as células cancerosas vão substituindo as normais, os tecidos invadidos vão perdendo suas funções. Por exemplo, a invasão dos pulmões gera alterações respiratórias, a invasão do cérebro pode gerar dores de cabeça, consulsões, alterações da consciência etc.

A quantidade de células de um tecido cancerosa aumenta de acordo com a função $N(t) = C.2^{\frac{t}{3}}$, que relaciona a quantidade de células N ao tempo t dado em meses, sendo C a quantidade de células no instante inicial. Determine o tempo, em meses, em que o número de células desse tecido irá duplicar.

a) 1 mês b) 2 meses c) 3 meses d) 4 meses e) 5 meses

10) Observe a figura:



Nessa figura, está representado o gráfico de $f(x) = k.a^x$, sendo K e *a* constantes positivas. O valor de f(2) é:

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4}$ d) 1 e) 2

APÊNDICE G

ATIVIDADE REALIZADA PELO GRUPO G8 NA ATIVIDADE 2

Relação $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$	Valor de x	Existe valor de $f(x)$? SIM	Existe valor de $f(x)$? NÃO	Par ordenado $(x, f(x))$
$f(x) = 1^x$	-2	X		(-2, 1)
	-1	X		(-1, 1)
	0	X		(0, 1)
	1	X		(1, 1)
	2	X		(2, 1)
$f(x) = (2)^x$	--1	X		(-1, 1/2)
	-1/2	X		(-1/2, $\sqrt{1/2}$)
	0	X		(0, 1)
	1/2	X		(1/2, $\sqrt{2}$)
	1	X		(1, 2)
$f(x) = (-1)^x$	-2		X	
	-1		X	
	0	X		(0, 1)
	1/2		X	
	1	X		(1, -1)
$f(x) = 4^x$	-1	X		(-1, 1/4)
	0	X		(0, 1)
	1/2	X		(1/2, 2)
	1	X		(1, 4)
	2	X		(2, 16)
$f(x) = (-4)^x$	-1	X		(-1, -1/4)
	-2	X		(-2, 1/16)
	0	X		(0, 1)
	1	X		(1, 4)
	1/2		X	
$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	-2	X		(-2, 16)
	-1	X		(-1, 4)
	0	X		(0, 1)
	1	X		(1, 1/4)
	2	X		(2, 1/16)
$f(x) = \left(-\frac{1}{4}\right)^x$	-2	X		(-2, -1/16)
	-1	X		(-1, -4)
	0	X		(0, 1)
	1	X		(1, 1/4)

FONTE: Solução da dupla G8 na atividade 2

APÊNDICE H

Função $f: R \longrightarrow R_+^*$	A base		A função exponencial é?	
	É maior que 1	É um número entre zero e 1	Crescente	Decrescente
$f(x) = 2^x$	X Sim		X	
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$		X		X
$f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$	X		X	
$f(x) = 0{,}8^x$		X		X
$f(x) = \left(\sqrt{2}\right)^x$	X		X	
$f(x) = 3^x$	X		X	
$f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$				X
$f(x) = (1{,}5)^x$	X		X	
$f(x) = 7^x$	X			
$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$		X		X

Fonte: Resposta da dupla G1 na atividade 4

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Tv Djalma Dutra s/n – Telégrafo
www.UEPA.com.br